

Materia Oscura nell'Universo

Corso di formazione e aggiornamento per docenti
di scuole secondarie di secondo grado
Fisica delle particelle e materia oscura nell'Universo

Accademia delle Scienze di Torino
23 novembre 2017

Alessandro Bottino
Università di Torino
Accademia delle Scienze di Torino

Il modello comunemente utilizzato per descrivere il nostro Universo (**modello standard cosmologico**) è quello di un **cosmo in espansione** descritto da (**vedi Approfondimento 1**):

- **equazioni di relatività generale di Einstein**
- **principio cosmologico** di isotropia e omogeneità a grandi scale [scale maggiori di circa 100 Mpc (1 pc = 3.26 anni luce)]; questo principio consente di rappresentare, mediante la **metrica di Lemaitre-Friedmann-Robertson-Walker**, l'evoluzione dell'Universo attraverso il **fattore di scala cosmico R(t)**

Dai due punti precedenti si ricavano le equazioni dinamiche per R(t)

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \equiv H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{R^2}$$

equazione di Friedmann (A)

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p)$$

(B)

notazioni

G = costante di Newton

k = +1, 0, -1 parametro di curvatura

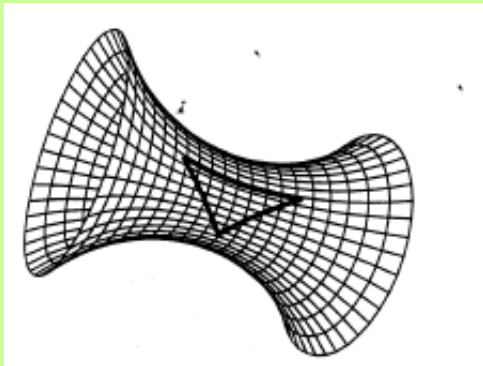
p = densità

p = pressione

H $\equiv \dot{R}/R$ = **costante di Hubble**

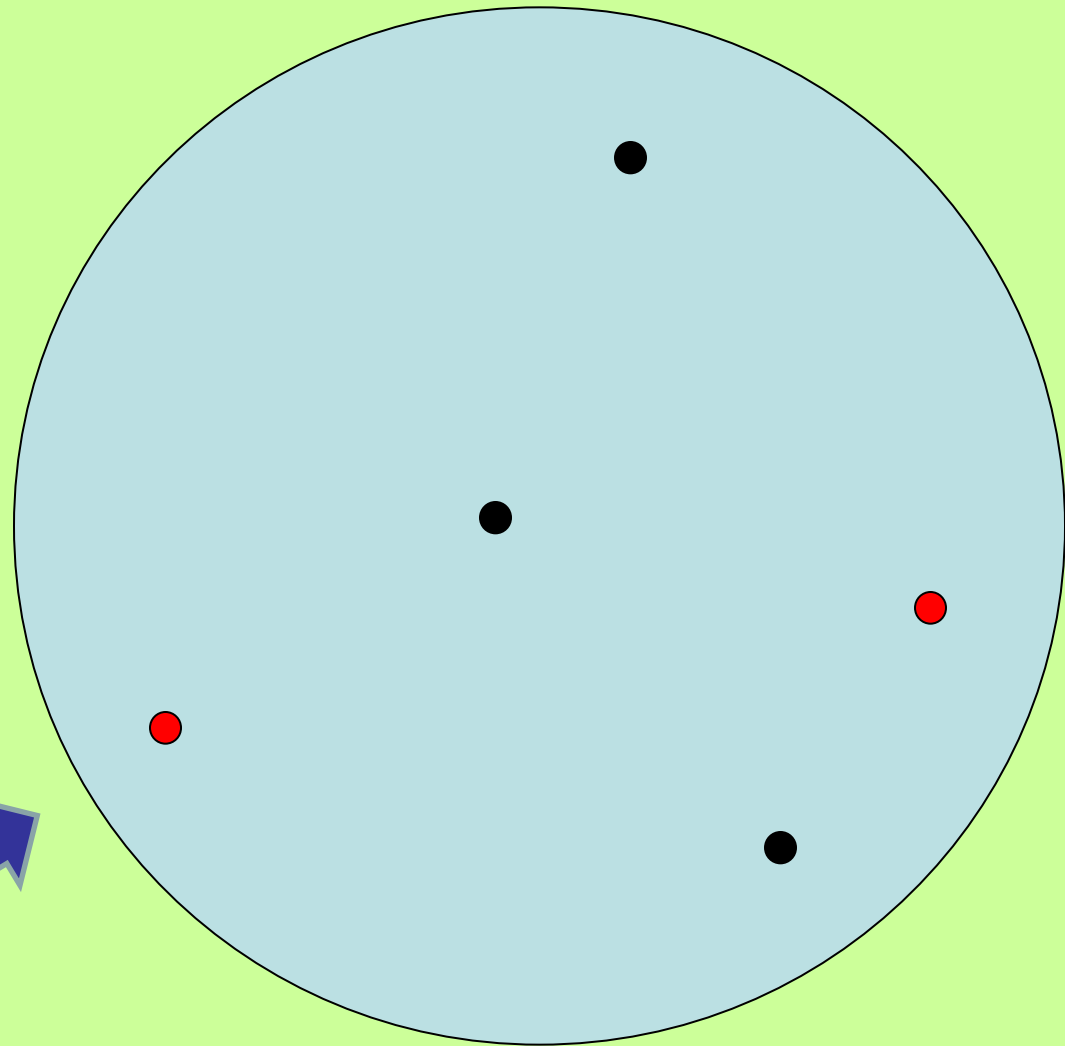
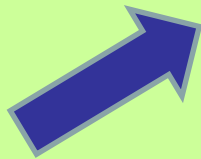
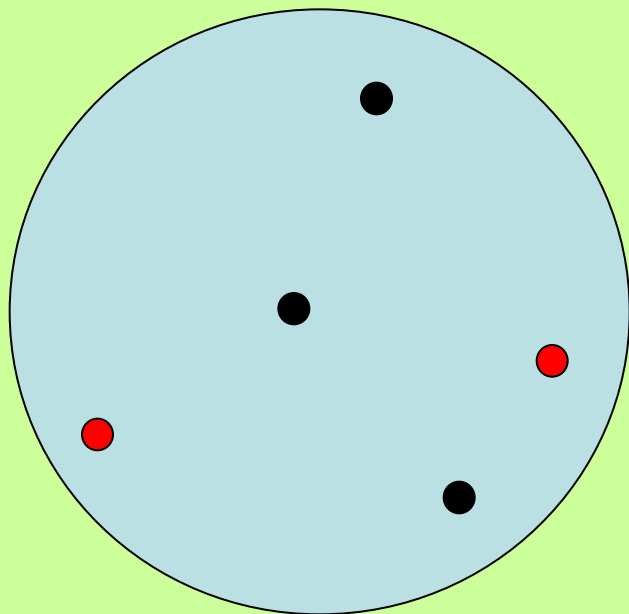


superficie con **curvatura positiva**



superficie con **curvatura negativa**

l'Universo si espande:
le distanze relative tra
coppie di particelle
aumentano di uno
stesso fattore

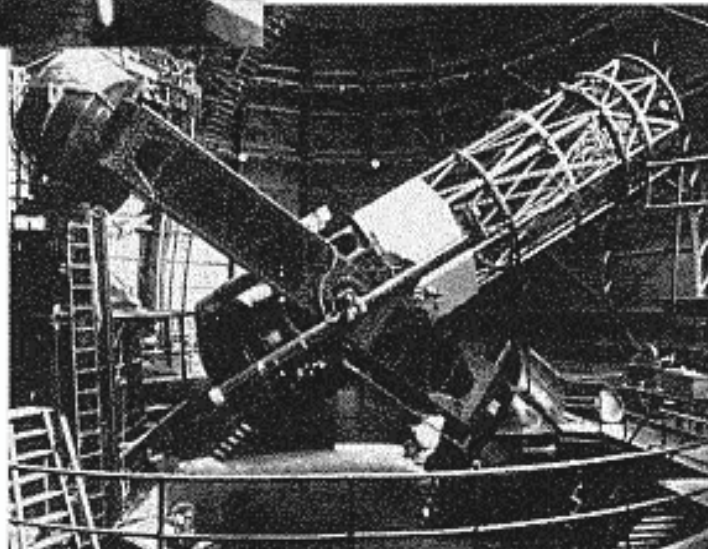


Espansione dell'Universo



Edwin Hubble

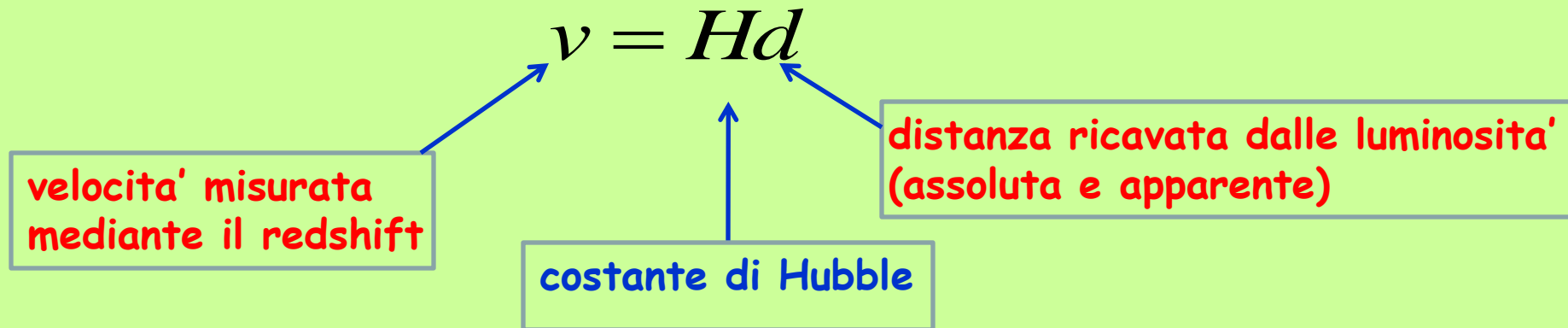
La velocità relativa tra due galassie è proporzionale alla distanza che le separa



Mt. Wilson
100 Inch
Telescope

Evidenza osservativa: l'Universo si espande "recessione delle galassie"

per velocità piccole rispetto alla velocità della luce
l'espansione segue la legge di Hubble (1929)



Esempi:

- ★ una galassia che si trova a un milione di parsec da noi recede rispetto a noi con la velocità di circa 70 km al secondo
- ★ l'ammasso galattico Coma che dista circa 90 milioni di parsec recede con la velocità di 6.000 km al secondo

Effetto Doppler cosmologico

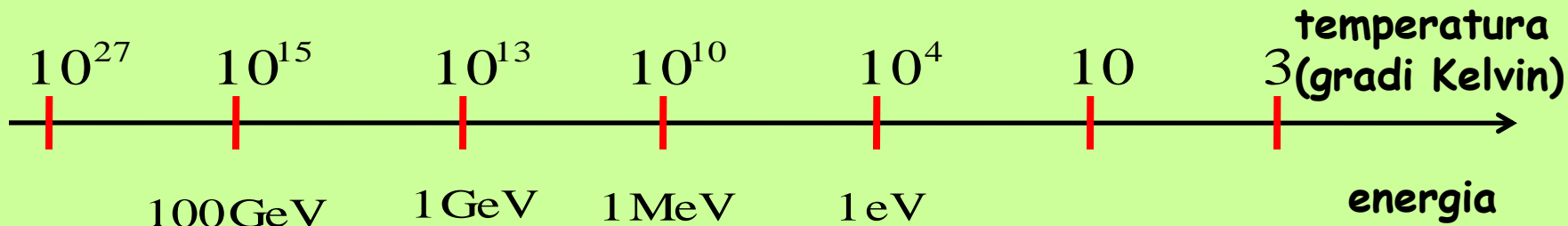


se lo spazio **si espande**, la frequenza della radiazione **diminuisce**:
spostamento delle linee spettroscopiche **verso il rosso (redshift)**

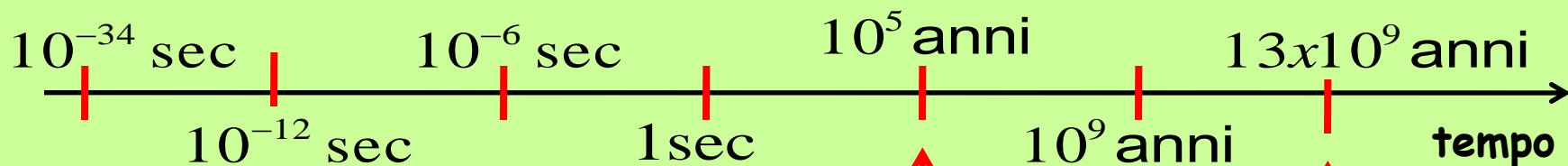


se lo spazio **si contrae**, la frequenza della radiazione **aumenta**:
spostamento delle linee spettroscopiche **verso il blu (blueshift)**

**B
I
G**



**B
A
N
G**



nucleosintesi

inizia la formazione
delle strutture
cosmologiche

formazione della
nostra galassia

ADESSO

1 GeV \cong energia di riposo del protone \longleftrightarrow 10^{13} gradi Kelvin

nucleosintesi primordiale degli elementi leggeri

PERIODIC TABLE

Atomic Properties of the Elements

NIST

National Institute of Standards and Technology
Technology Administration, U.S. Department of Commerce

Frequently used fundamental physical constants

For the most accurate values of these and other constants, visit physics.nist.gov/constants
1 second = 9 192 631 770 periods of radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of ^{133}Cs

speed of light in vacuum	c	299 792 458 m s^{-1} (exact)
Planck constant	h	$6.626\,069\,1 \times 10^{-34} \text{ J s}$ ($h = h/2\pi$)
elementary charge	e	$1.602\,2 \times 10^{-19} \text{ C}$
electron mass	m_e	$9.109\,38 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $m_e c^2$ 0.5110 MeV
proton mass	m_p	$1.672\,6 \times 10^{-27} \text{ kg}$
fine-structure constant	α	1/137.036
Rydberg constant	R_∞	$10\,973\,732 \text{ m}^{-1}$ $R_\infty c$ $3\,289\,842 \times 10^{15} \text{ Hz}$
	R_H	13 6057 eV
Boltzmann constant	k	$1.3807 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

☐ Solids
☐ Liquids
☐ Gases
☐ Artificially Prepared

Physics Laboratory physics.nist.gov	Standard Reference Data Group www.nist.gov	Reference Data Group www.nist.gov
13 IIIA B 10.811 12.25/2p 8.2060	14 IVA C 12.0107 14.0037 14.5341	15 VA N 14.0037 14.0037 14.5341
16 VIA O 15.9994 15.9994 15.9994	17 VIIA F 18.9984032 18.9984032 18.9984032	18 VIIIA Ne 20.1797 20.1797 20.1797
19 IIA K 39.0983 39.0983 39.0983	20 IIB Ca 40.078 40.078 40.078	21 IIIB Sc 44.955912 44.955912 44.955912
22 IVB Ti 47.88 47.88 47.88	23 VB V 50.9415 50.9415 50.9415	24 VIB Cr 51.9961 51.9961 51.9961
25 VIIB Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 VIII Fe 55.845 55.845 55.845	27 VIII Co 58.933194 58.933194 58.933194
28 VIII Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 VIII Cu 63.546 63.546 63.546	30 VIII Zn 65.409 65.409 65.409
31 IB Al 26.981538 26.981538 26.981538	32 IIB Si 28.0855 28.0855 28.0855	33 IIB P 30.973762 30.973762 30.973762
34 IIB S 32.06 32.06 32.06	35 IIB Cl 35.453 35.453 35.453	36 IIB Ar 39.948 39.948 39.948

Period

4

5

6

7

Group
1
IA

1 H 1.00794 1.00794 1.00794	2 He 4.002602 4.002602 4.002602
3 Li 6.941 6.941 6.941	4 Be 9.012182 9.012182 9.012182
5 Na 22.98976928 22.98976928 22.98976928	6 Mg 24.304 24.304 24.304
7 K 39.0983 39.0983 39.0983	8 Ca 40.078 40.078 40.078
9 Rb 85.4678 85.4678 85.4678	10 Sr 87.62 87.62 87.62
11 Cs 132.90545196 132.90545196 132.90545196	12 Ba 137.327 137.327 137.327
13 Fr 223.0185 223.0185 223.0185	14 Ra 226.0254 226.0254 226.0254

2
IIA

11 Na 22.98976928 22.98976928 22.98976928	12 Mg 24.304 24.304 24.304	13 Al 26.981538 26.981538 26.981538	14 Si 28.0855 28.0855 28.0855	15 P 30.973762 30.973762 30.973762	16 S 32.06 32.06 32.06	17 Cl 35.453 35.453 35.453	18 Ar 39.948 39.948 39.948
---	--	---	---	--	------------------------------------	--	--

3
IIIB

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

4
IVB

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

5
VB

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

6
VIB

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

7
VIIB

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

8

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

9

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

10

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

11

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

12

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

13

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

14

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

15

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

16

21 Sc 44.955912 44.955912 44.955912	22 Ti 47.88 47.88 47.88	23 V 50.9415 50.9415 50.9415	24 Cr 51.9961 51.9961 51.9961	25 Mn 54.938045 54.938045 54.938045	26 Fe 55.845 55.845 55.845	27 Co 58.933194 58.933194 58.933194	28 Ni 58.6934 58.6934 58.6934	29 Cu 63.546 63.546 63.546	30 Zn 65.409 65.409 65.409	31 Ga 69.723 69.723 69.723	32 Ge 72.64 72.64 72.64	33 As 74.9216 74.9216 74.9216	34 Se 78.96 78.96 78.96	35 Br 79.904 79.904 79.904	36 Kr 83.80 83.80 83.80
---	-------------------------------------	--	---	---	--	---	---	--	--	--	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--	-------------------------------------

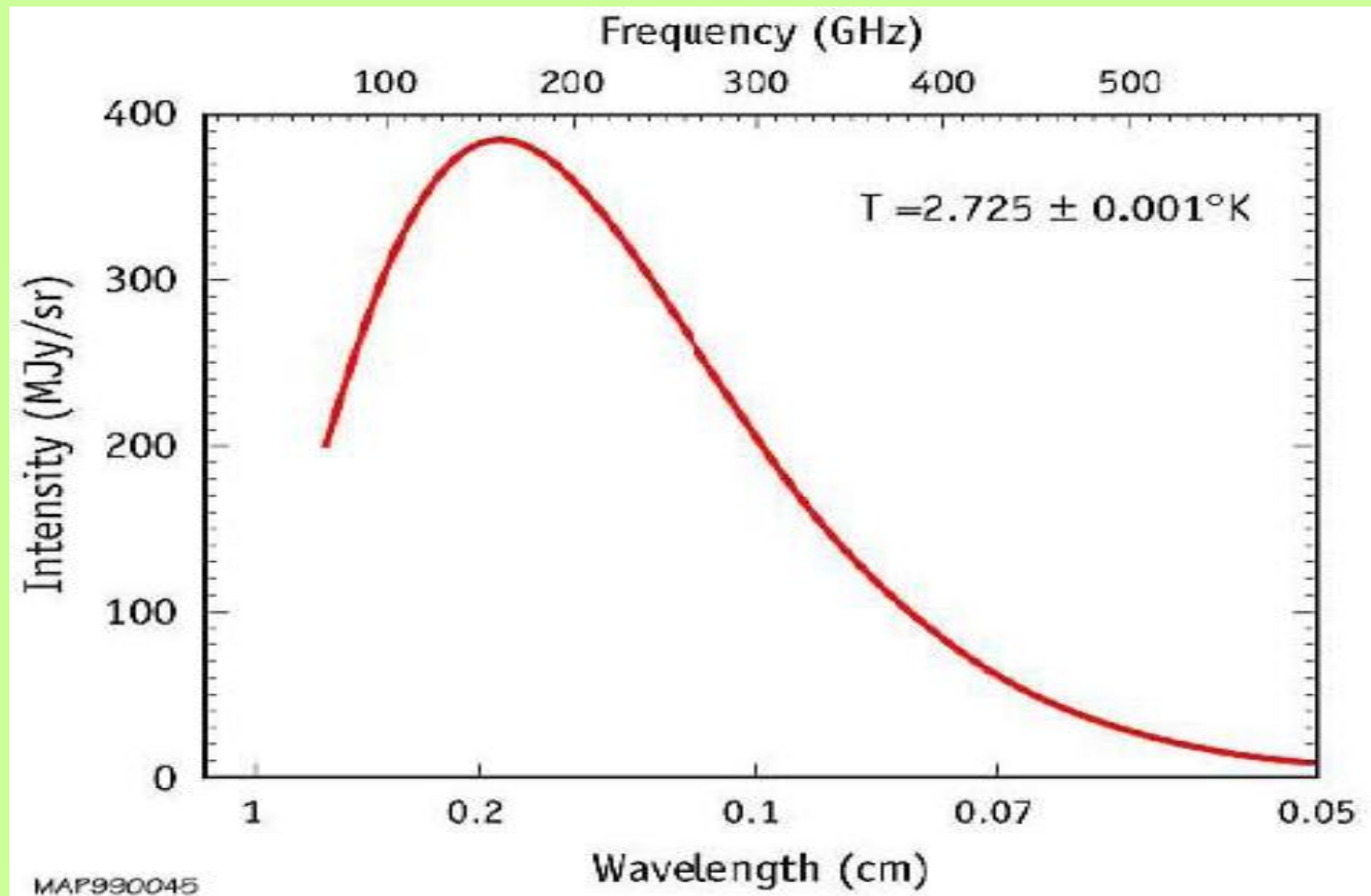
17

21 Sc 44.955912 44.95591



Ralph Alpher, George Gamow e Robert Herman (fine '40)

La distribuzione in frequenza del fondo cosmico a microonde (CMB) e' quella di un corpo nero alla temperatura di 2.73 gradi Kelvin



Primi segnali della CMB misurati da Arno Penzias e Robert Wilson (1964)
CMB predetta da Ralph Alpher, George Gamow e Robert Herman (fine '40)

All'evoluzione cosmica contribuiscono 3 componenti:

- **radiazione** (particelle relativistiche) con densità ρ_{rad}
- **materia** (particelle non-relativistiche) con densità ρ_m
- **energia del vuoto** (costante cosmologica) con densità $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}$

Per ogni componente la pressione è legata alla densità tramite
l'equazione di stato

$$p = w \rho$$

con $\left\{ \begin{array}{ll} w = 0 & \text{per la materia} \\ w = 1/3 & \text{per la radiazione} \\ w = -1 & \text{per l'energia del vuoto} \end{array} \right.$

Dal primo principio della termodinamica (conservazione dell'energia)

$$U_f - U_i = -L$$

U = energia del sistema

$-L$ = lavoro compiuto dalle forze esterne

otteniamo

$$d(\rho R^3) = -p d(R^3)$$

variazione di energia in un
elemento di volume comovente



pressione x variazione di volume

$$R^3 d\rho = -(\rho + p) d(R^3) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} = -3(1+w) \frac{dR}{R}$$

con soluzione

$$\rho = \text{cost} R^{-3(1+w)}$$

Quindi si ottiene

$$\rho_m \propto \frac{1}{R^3}$$

materia

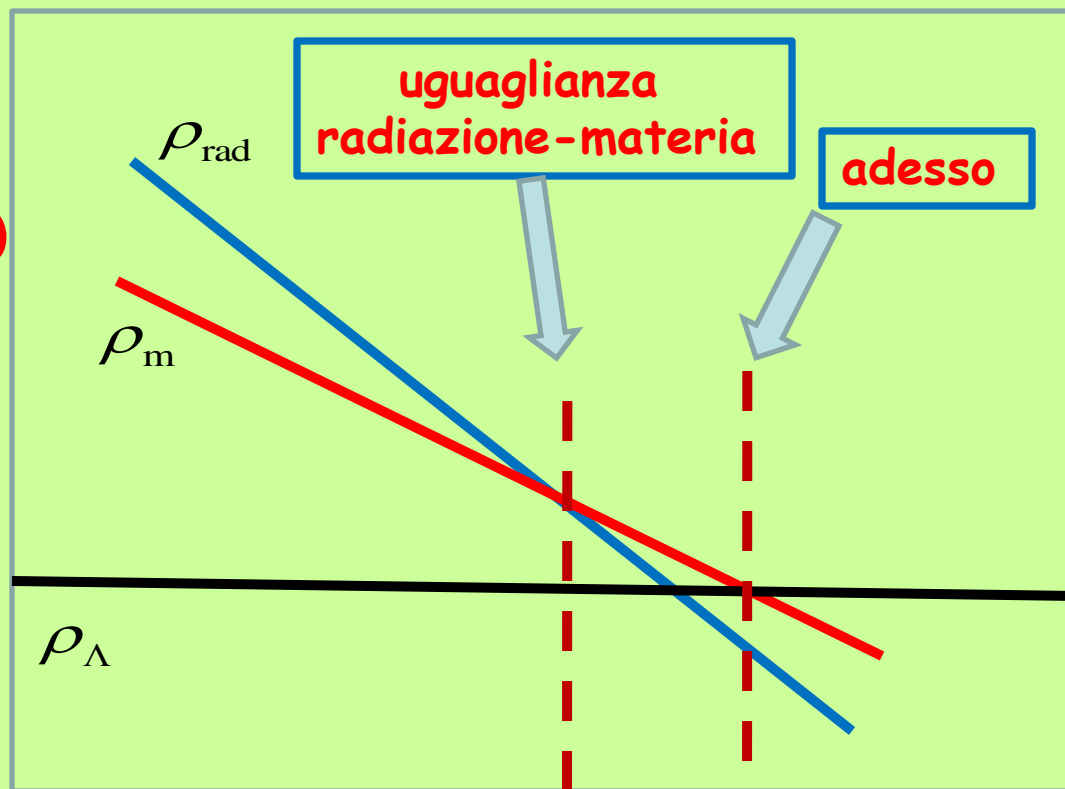
$$\rho_{\text{rad}} \propto \frac{1}{R^4}$$

radiazione

$$\rho_\Lambda \propto \text{costante}$$

energia del vuoto

densità di
massa/energia
(scala arbitraria)



0.6 eV

2.7×10^{-4} eV
(2.73K)

temperatura (eV)
(scala arbitraria)

Unità naturali

Stiamo utilizzando unità naturali, definite da

$$\hbar/(2\pi) = c = k_B = 1$$

in queste unità si ha

$$[l] = [t] = [E^{-1}] = [p^{-1}] = [m^{-1}] = [T^{-1}]$$

fattori di conversione utili

$$1 \text{ GeV} \cong 10^{13} \text{ K}$$

$$1 \text{ MeV} \cong \frac{1}{200 \text{ fm}}$$

Tenuto conto delle varie componenti della densità ρ , l'equazione di Friedmann (A) e l'equazione (B) possono essere riscritte come

$$\begin{aligned} H^2 &\equiv \frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{k}{R^2} & (\sum_i \rho_i &\equiv \rho_m + \rho_{rad} + \rho_\Lambda) \\ \frac{\ddot{R}}{R} &= -\frac{4\pi G}{3} \sum_i (\rho_i + 3p_i) \end{aligned} \quad (C)$$

se definiamo una **densità critica** $\rho_{crit} \equiv \frac{3}{8\pi G} H^2$ e $\Omega_i \equiv (\frac{\rho_i}{\rho_{crit}})_0$

dalla (C), dividendo per H^2 , si ha (il suffisso 0 significa al tempo attuale)

$$\Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda - \frac{k}{H_0^2 R_0^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \Omega - 1 = \frac{k}{H_0^2 R_0^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = +1 \Rightarrow \Omega > 1 \text{ Universo chiuso} \\ k = 0 \Rightarrow \Omega = 1 \text{ Universo piatto} \\ k = -1 \Rightarrow \Omega < 1 \text{ Universo aperto} \end{array} \right.$$

Sia le condizioni iniziali che i dati osservativi attuali indicano un valore **k = 0** (problema della piattezza). Prendendo $k = 0$ abbiamo

$$\Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1$$

DATI OSSERVATIVI

Costante di Hubble

Da Hubble Space Telescope: $H_0 = 72.0 \pm 3.0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

Da Planck Collaboration (CMB): $H_0 = 67.8 \pm 0.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

media approssimata: $H_0 \cong 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ **ossia**

$$h \equiv H_0 / (100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}) \cong 0.7; \quad h^2 \cong \frac{1}{2}$$

Densità frazionarie di energia/materia
(da varie osservazioni, prevalentemente CMB)

$$\Omega_\gamma < 10^{-4}$$

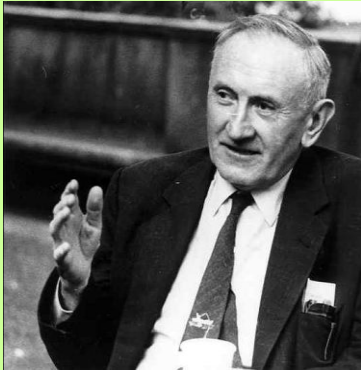
$$\Omega_\nu \leq 1.3 \times 10^{-3}$$

$$\Omega_b \cong 0.05$$

$$\Omega_m \cong 0.31$$

$$\Omega_\Lambda \cong 0.69$$

La **materia barionica** rappresenta solo **un sesto** della materia presente nell'Universo: **un enigma che ha una lunga storia**

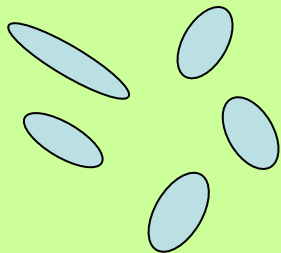


Fritz Zwicky, 1933

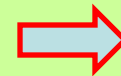


Ammasso galattico COMA

La massa visibile
è **insufficiente** a
spiegare le velocità
osservate



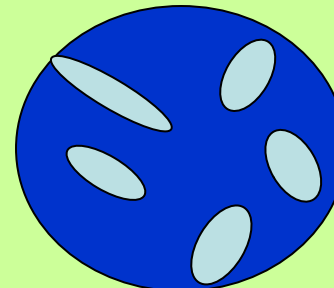
distribuzione di
velocità delle galassie



massa totale dell'ammasso -
massa visibile

massa mancante

**deve esistere della massa associata
alla materia oscura**

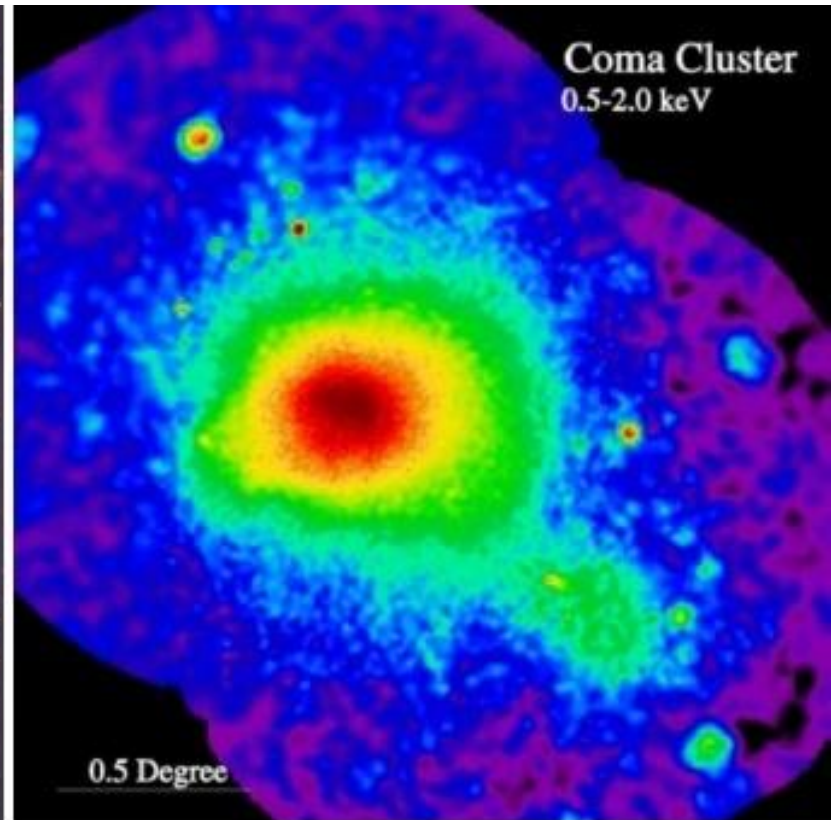


Ammasso Coma

immagine nell'ottico

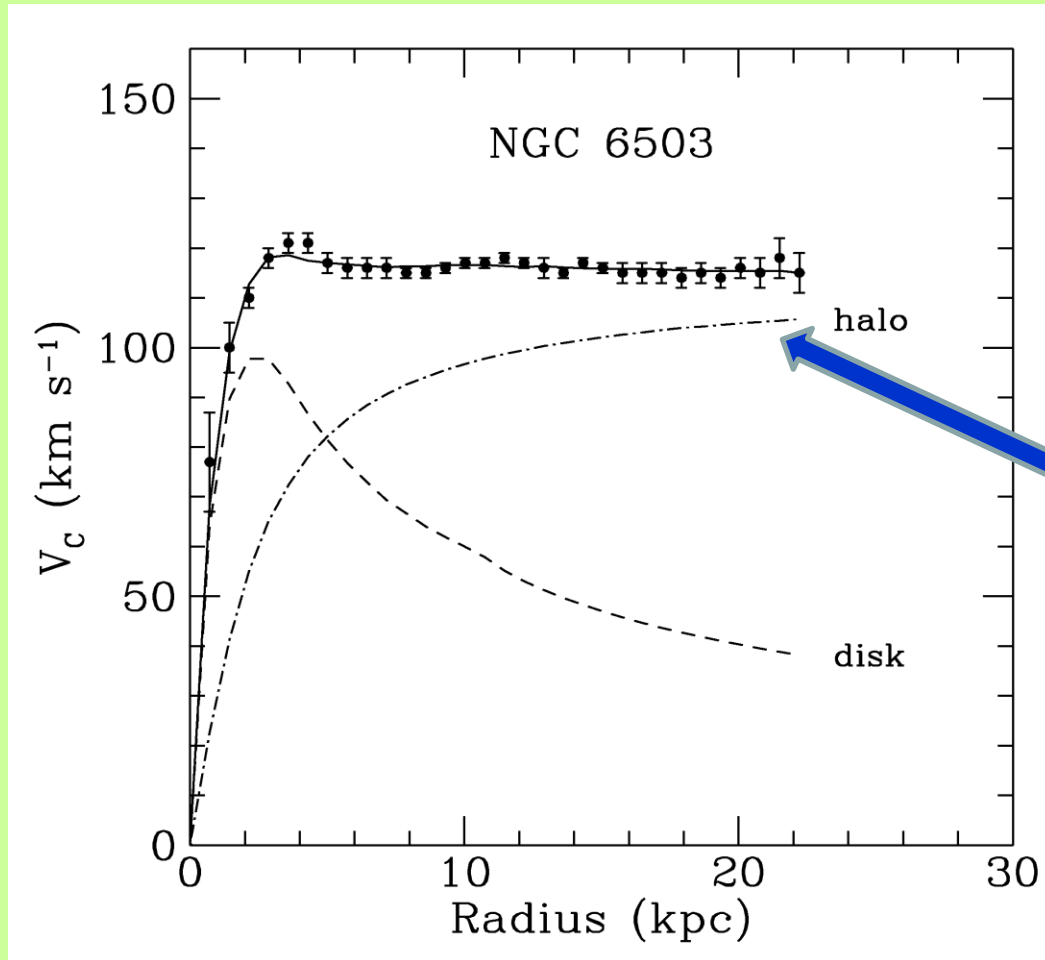


immagine a raggi-X
satellite ROSAT



senza la presenza della materia, il gas caldo evaporerebbe

Curve rotazionali delle galassie

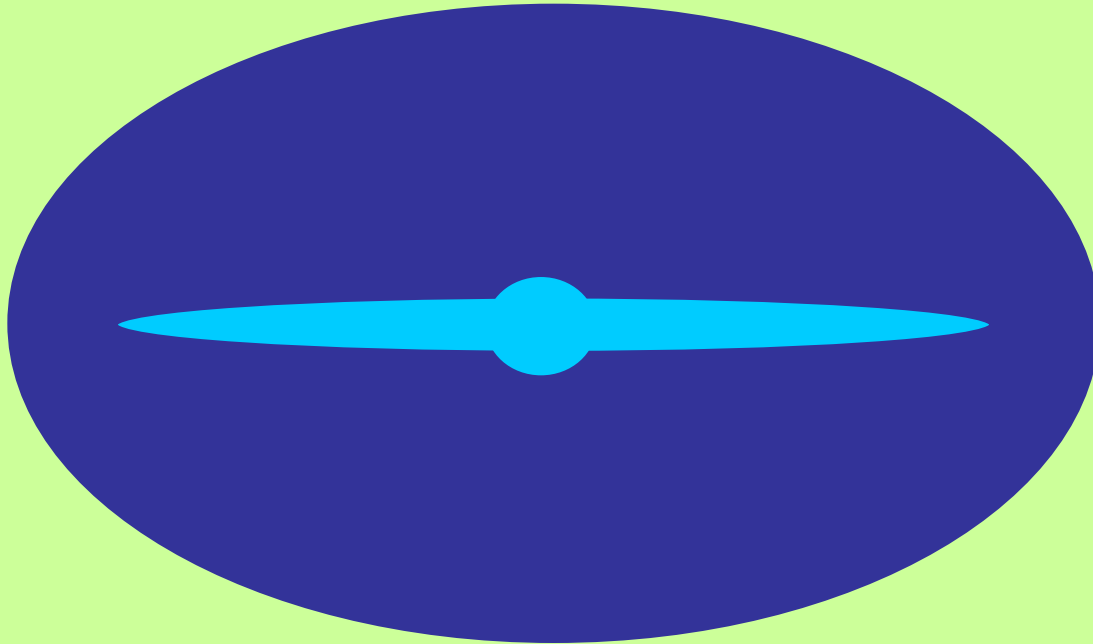


Vera Rubin

alone di
materia oscura

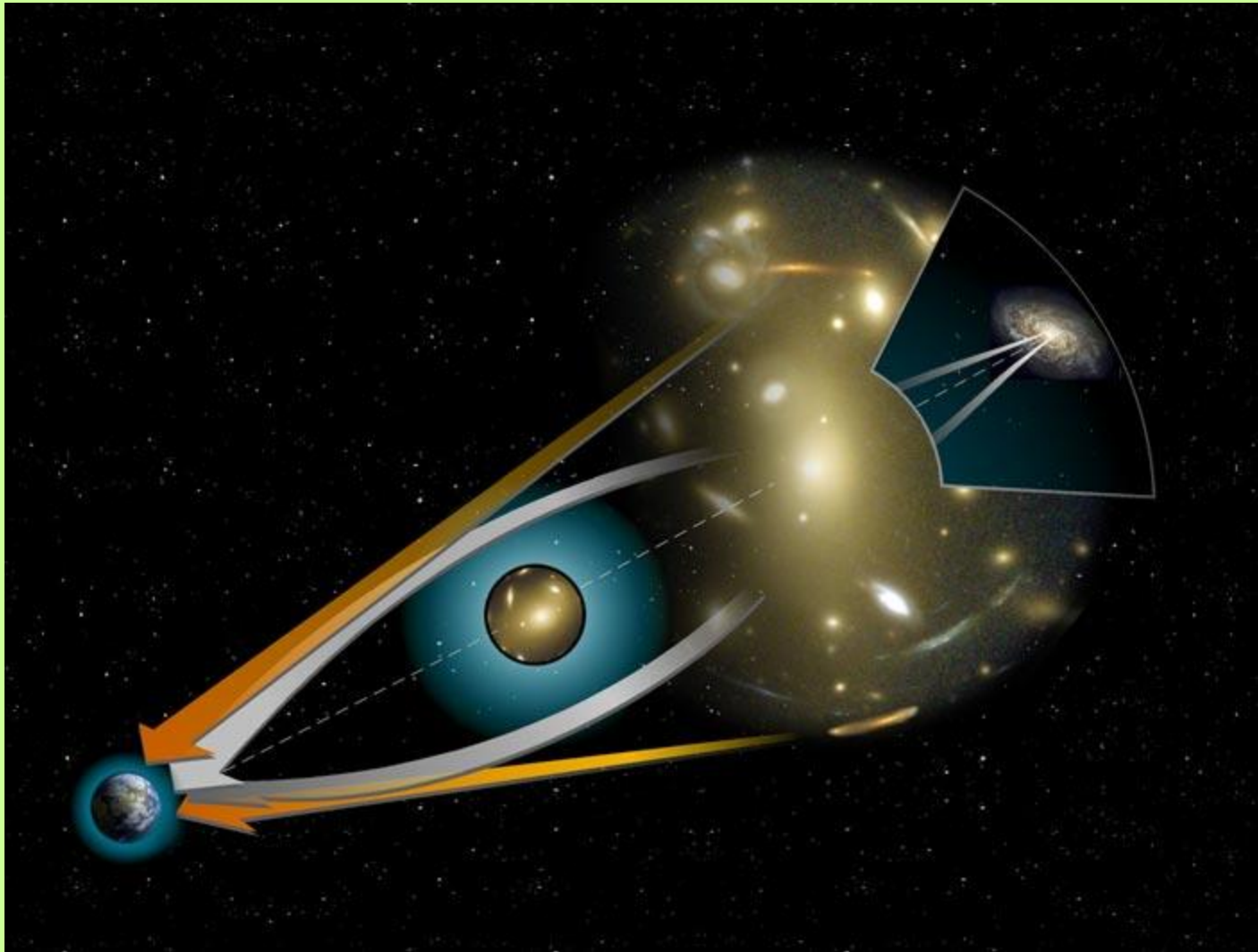
Curva rotazionale della Galassia NGC 6503

Alone di materia oscura

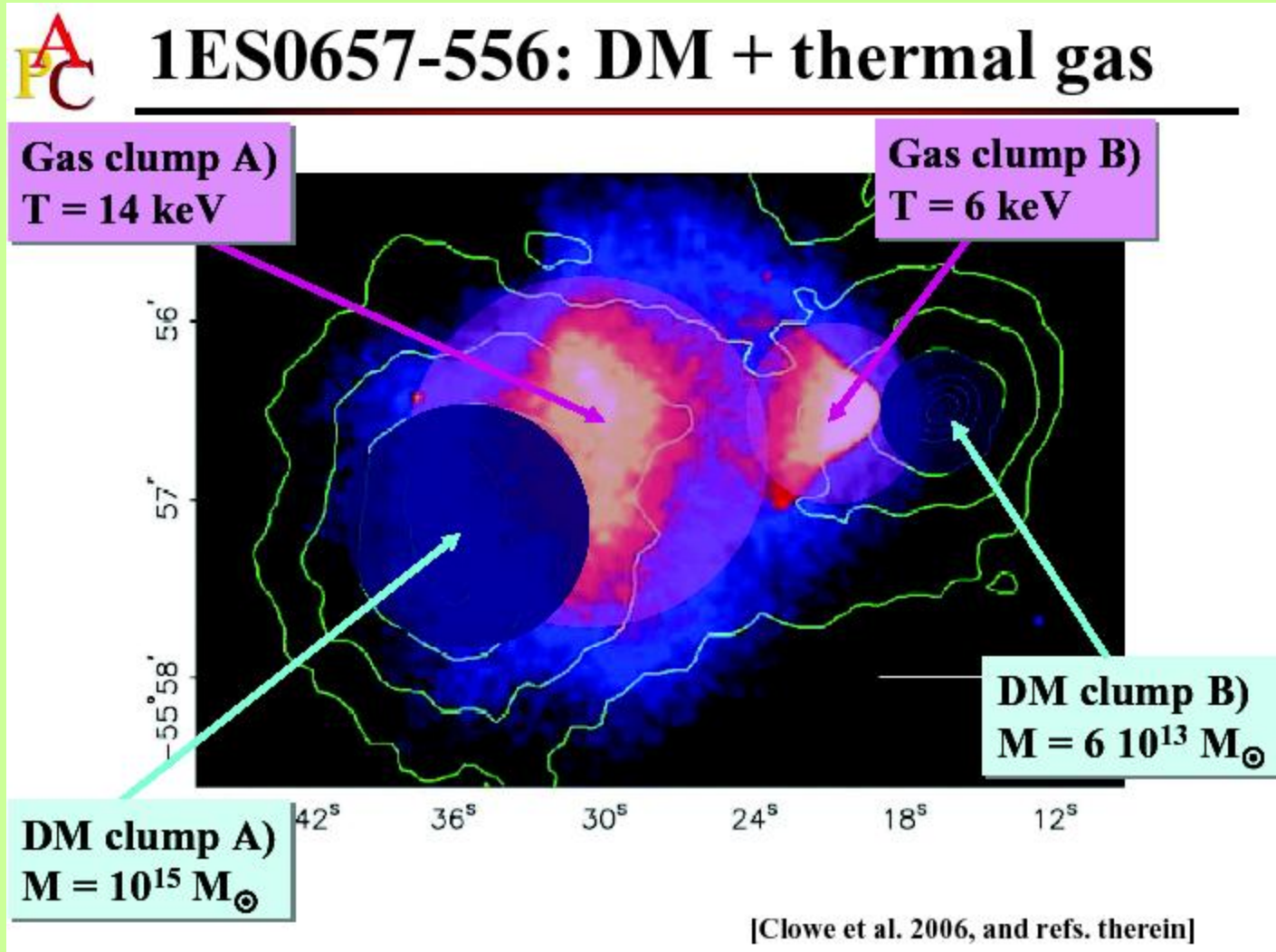


la nostra galassia vista di taglio

Lente gravitazionale



Urto di due ammassi galattici avvenuto circa 100 milioni di anni fa.
Bullet cluster



distanza tra i due centri di circa 720.000 parsec
velocita' relativa 4.700 km al secondo

Termodinamica dell'Universo primordiale

Consideriamo un **gas di particelle debolmente interagenti** con gradi di libertà interni g (**segno +** per distribuzione di **Fermi-Dirac**, **segno -** per distribuzione di **Bose-Einstein**)

densità in numero $n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{1}{e^{E/T} \pm 1}$

densità in energia $\rho = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{E}{e^{E/T} \pm 1}$

pressione $p = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{p^2 / 3E}{e^{E/T} \pm 1}$

(in teoria cinetica: $p = \frac{1}{3} n \langle p v \rangle = \frac{1}{3} \langle \frac{p^2}{E} \rangle n$)

Per particelle **non-relativistiche** ($m/T \gg 1$)

$$n \cong g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m/T}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho \cong m n \\ p \cong T n \end{array} \right\} p \ll \rho$$

Per particelle **relativistiche** ($m/T \ll 1$)

$$\left\{ \begin{array}{ll} n \cong \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & \text{Bose-Einstein} \\ n \cong \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & \text{Fermi-Dirac} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho \cong \frac{\pi^2}{30} g T^4 & \text{Bose-Einstein} \\ \rho \cong \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g T^4 & \text{Fermi-Dirac} \end{array} \right.$$

$$p \cong \frac{1}{3} \rho$$

$\zeta(x)$ funzione ζ
di Riemann
 $\zeta(3) = 1.20$

Nel caso di più specie di particelle presenti nel plasma i contributi delle **particelle relativistiche** prevalgono su quelli delle particelle non-relativistiche. Per esempio, la densità di energia totale è data da

$$\begin{aligned}\rho &\cong \frac{\pi^2}{30} \left[\sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i T_i^4 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i T_i^4 \right] \\ &\cong \frac{\pi^2}{30} \left[\sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 \right] T^4\end{aligned}$$

ossia

$$\rho \cong \rho_{\text{rad}} = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4$$

dove

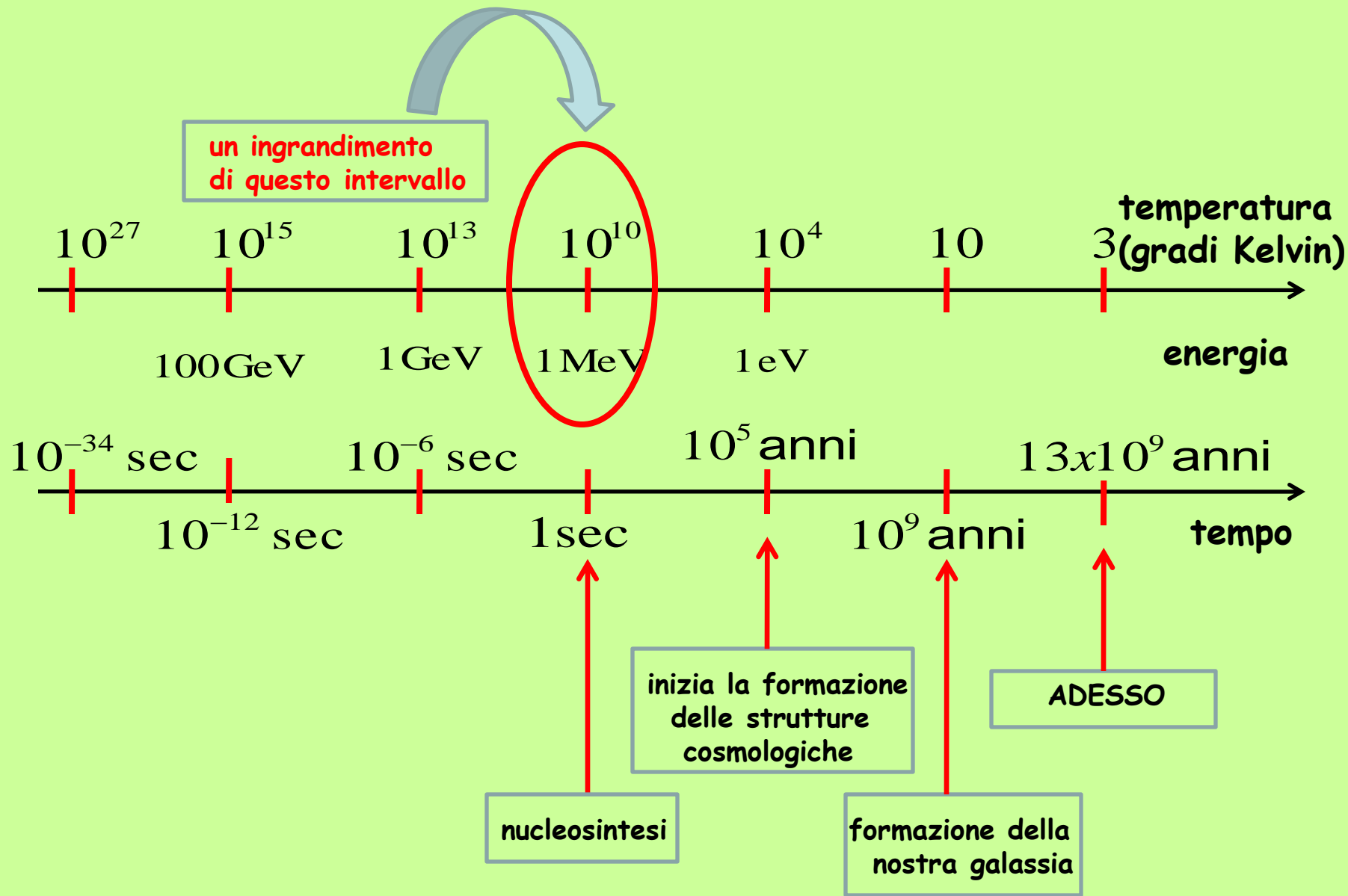
$$g_*(T) \equiv \sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4$$

le sommatorie si estendono a tutte le specie di particelle con massa $m_i \ll T$
T = temperatura dei fotoni

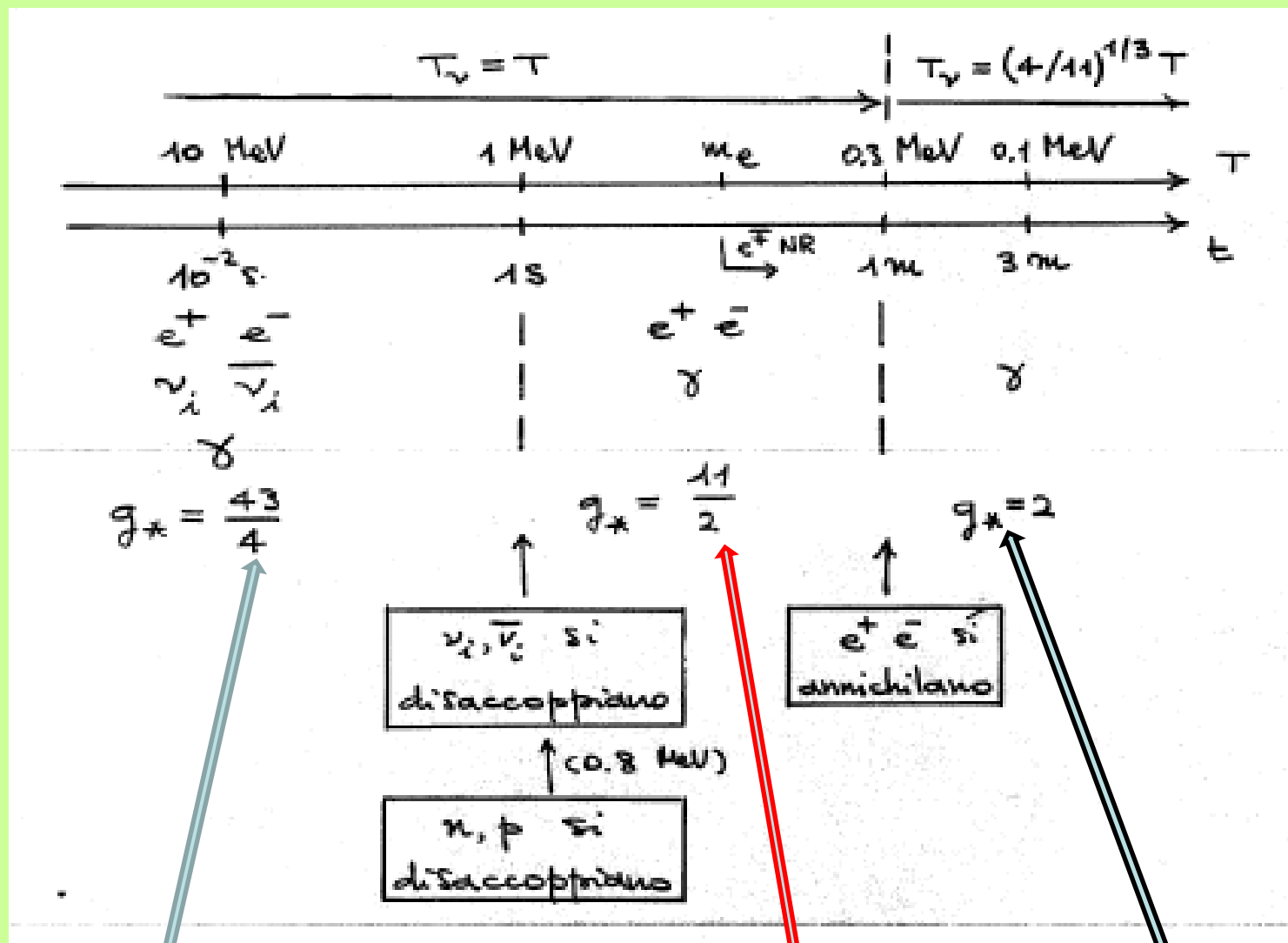
$$p \cong p_{\text{rad}} = \frac{1}{3} \rho_{\text{rad}} = \frac{\pi^2}{90} g_*(T) T^4$$

**B
I
G

B
A
N
G**



$1\text{ GeV} \cong \text{energia di riposo del protone} \longleftrightarrow 10^{13} \text{ gradi Kelvin}$



$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (3 \times 2 + 2 \times 2) = \frac{43}{4}$$

γ $\nu_i, \bar{\nu}_i$ e^+, e^-

$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (2 \times 2) = \frac{11}{2}$$

γ e^+, e^-

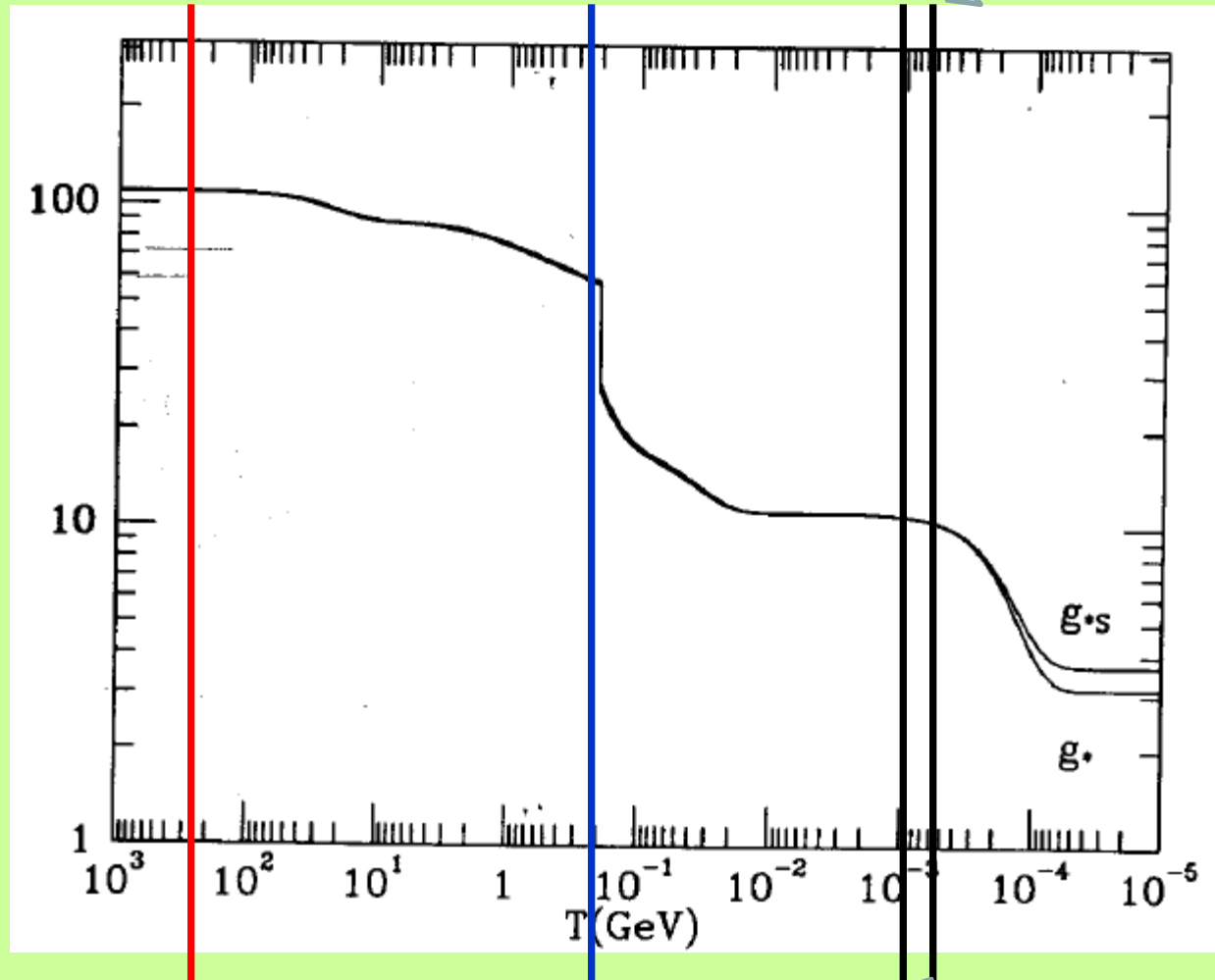
$$g_* = g_{*s} = 2$$

γ

Gradi di libertà

$g_{*s}(T)$

$g_*(T)$



annichilazione
elettroni
positroni

rottura simmetria
elettrodebole

transizione
quark adroni

disaccoppiamento
neutrini

Entropia (vedi Approfondimento 2)

Si dimostra che l'entropia nel volume comoviente $V = R^3$ è data da

$$S = \frac{\rho + p}{T} R^3$$

Questa si conserva per trasformazione adiabatica (ossia reversibile e senza scambio di calore); quindi

$$\frac{\rho + p}{T} R^3 = \text{cost}$$

La densità di entropia può essere espressa come

$$s = \sum_i \frac{1}{T_i} (p_i + \rho_i) \cong \frac{2\pi^2}{45} g_{*s}(T) T^3$$

$$g_{*s}(T) \equiv \sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3$$

Conservazione dell'entropia

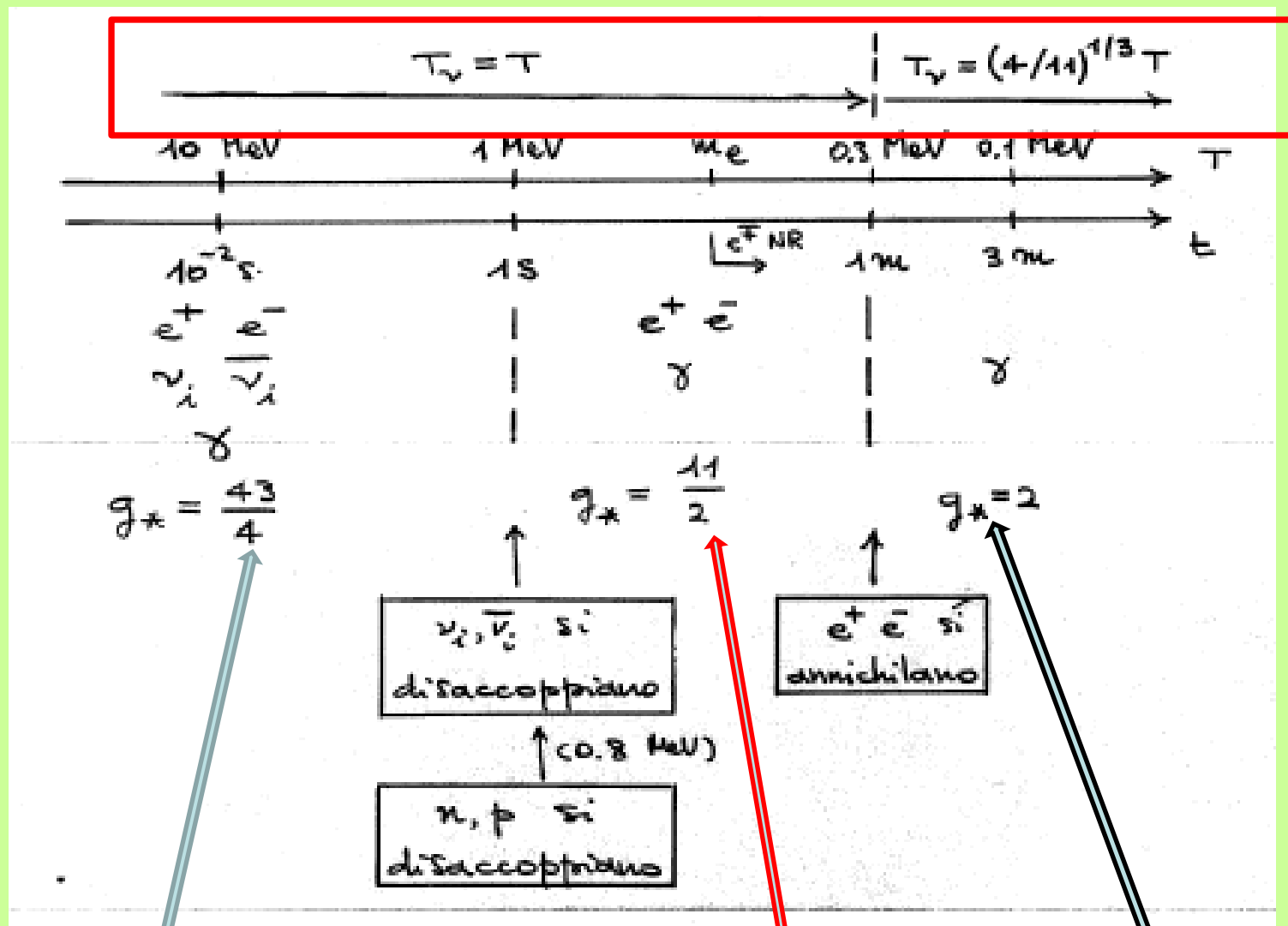
$$g_{*s}(T) T^3 R^3 = \text{cost}$$

dalla conservazione dell'entropia

$$\frac{T}{T_\nu} = \left(\frac{g_{*s}(T_\nu)}{g_{*s}(T)} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{11}{4} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.4$$

dalla temperatura della radiazione del fondo a microonde $T_0 = 2.73 \text{ K}$
si deduce che **il fondo fossile dei neutrini deve avere la temperatura**

$$T_\nu = 1.95 \text{ K}$$



$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (3 \times 2 + 2 \times 2) = \frac{43}{4}$$

γ $\nu_i, \bar{\nu}_i$ e^+, e^-

$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (2 \times 2) = \frac{11}{2}$$

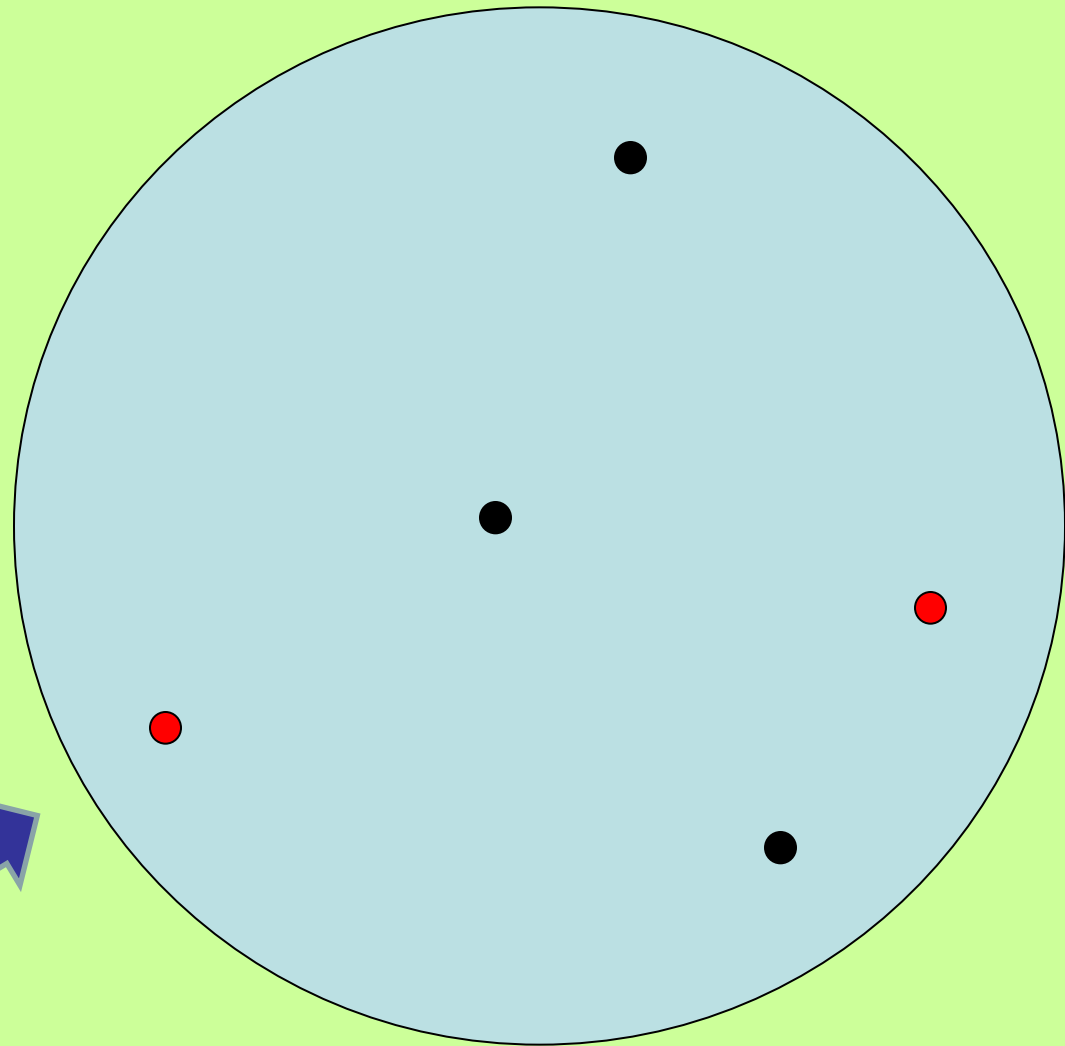
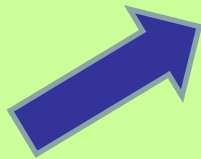
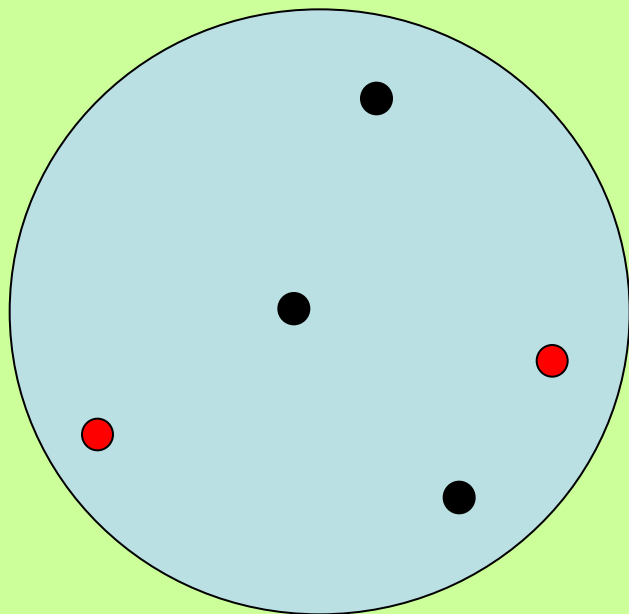
γ e^+, e^-

$$g_* = g_{*s} = 2$$

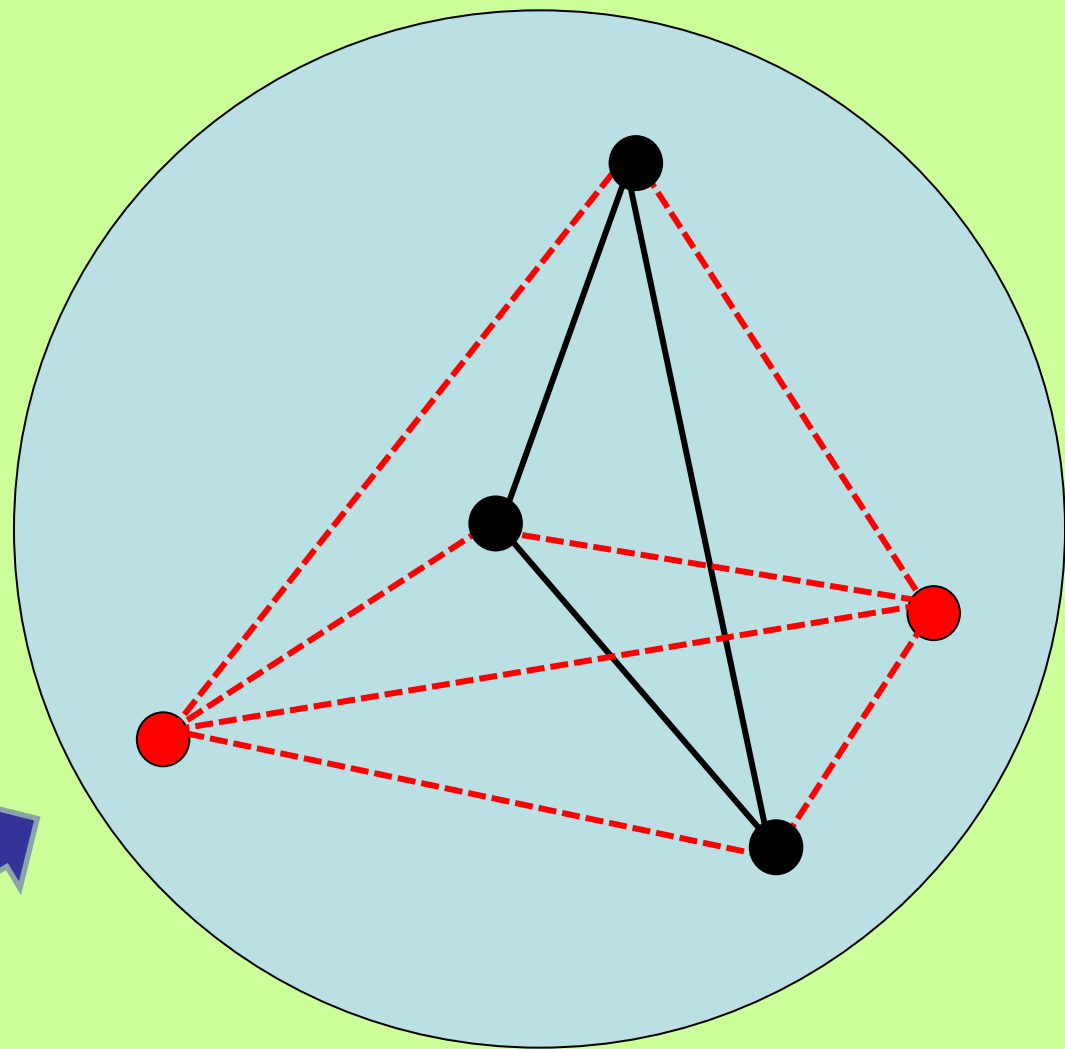
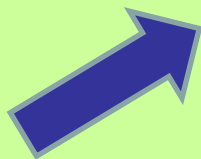
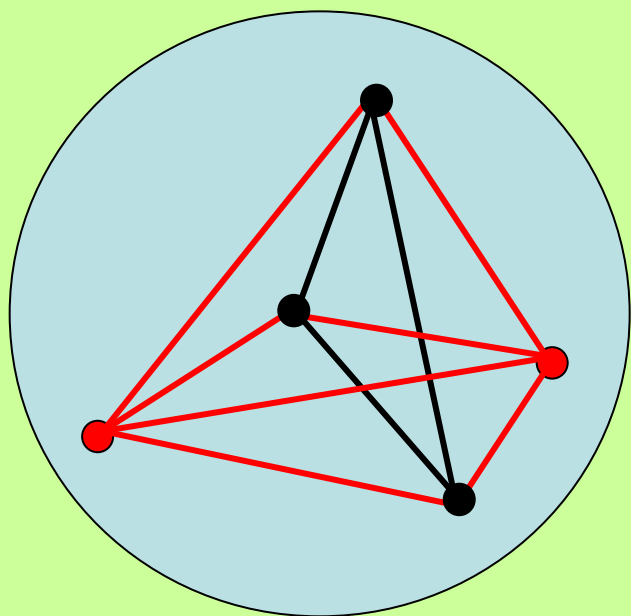
γ

*Come si e' generata la materia
oscura ?*

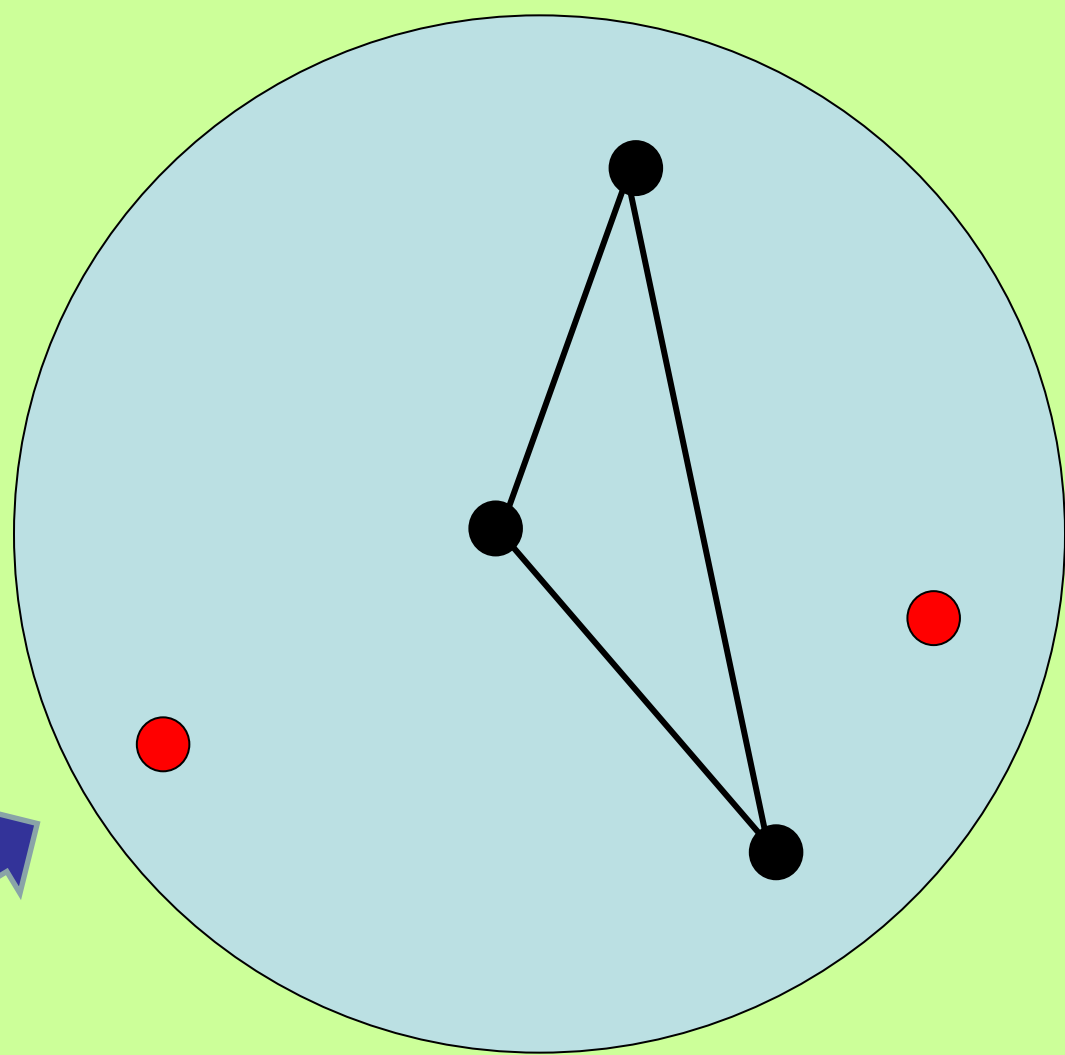
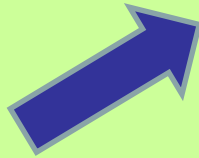
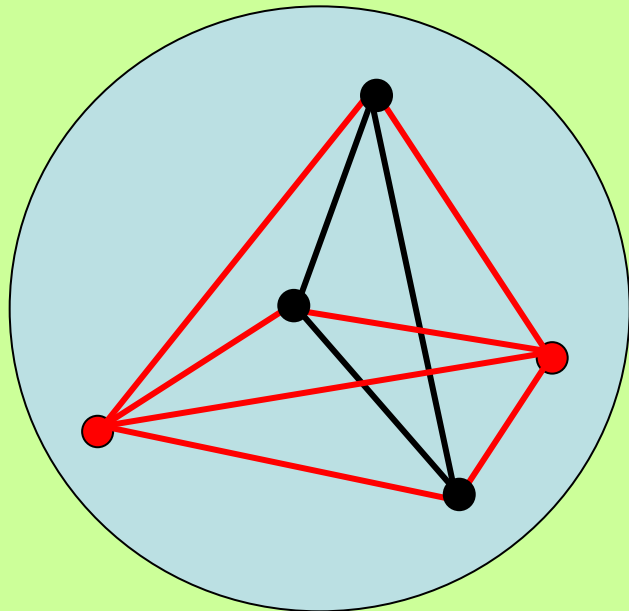
l'Universo si espande:
le distanze relative tra
coppie di particelle
aumentano di uno
stesso fattore



le interazioni si affievoliscono
nel corso dell'espansione, fino
a che ...

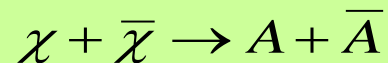
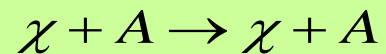


le interazioni si affievoliscono
nel corso dell'espansione, fino
a che alcune particelle si
disaccoppiano dal plasma



le particelle disaccoppiate non partecipano
piu' all'equilibrio del plasma, pur partecipando
all'espansione dell'Universo

Nel plasma primordiale l'equilibrio tra le diverse specie di particelle è mantenuto dalle mutue interazioni tra particelle, per esempio per la specie χ



★ il **tasso di interazione** (numero di eventi nell'unità di tempo) è dato da

$$\Gamma_{\text{int}} = n \sigma v$$

dove v è la velocità relativa della coppia di particelle e σ è la sezione d'urto

$$\sigma = \frac{\text{probabil. per unità di tempo}}{\text{flusso}}$$

★ l'Universo **si espande con un tasso** dato da H

una specie rimane in **equilibrio** finchè $\Gamma_{\text{int}} \geq H$

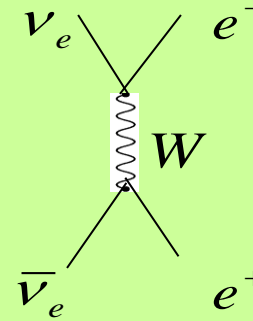
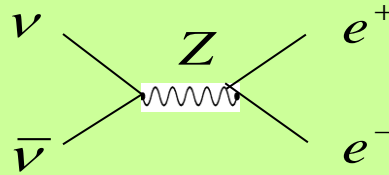
la specie si **disaccoppia** dal plasma e diventa una **particella fossile** quando

$$\Gamma_{\text{int}} < H$$

Disaccoppiamento dei neutrini

★ determinazione di $\Gamma_{\text{int}} = n \sigma v$

processi deboli



$$\frac{f_W^2}{m_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}$$

$$G_F \cong \frac{10^{-5}}{m_p^2}$$

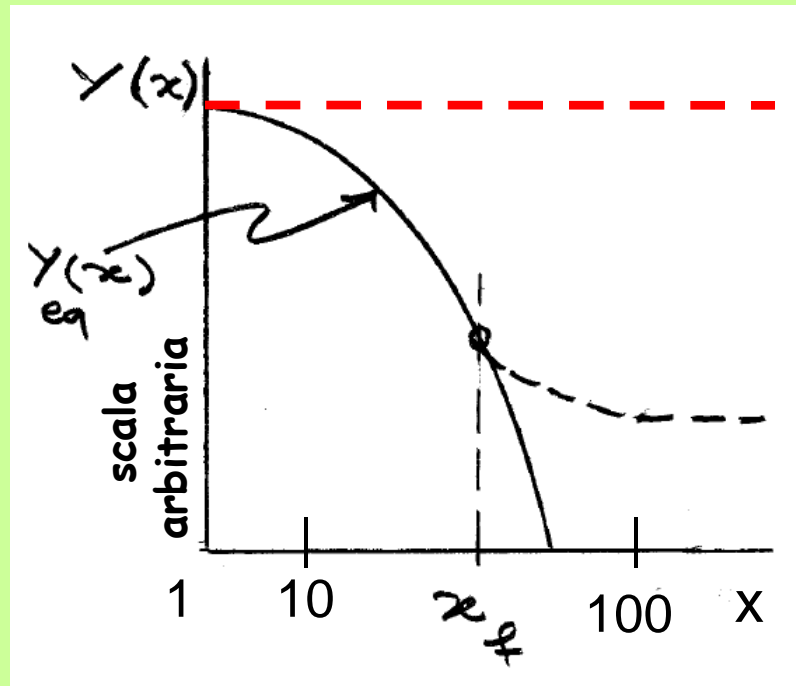
$$\left. \begin{array}{l} n \cong T^3 \\ \langle \sigma \rangle \cong G_F^2 E_{\text{CM}}^2 \cong G_F^2 T^2 \end{array} \right\} \Gamma_{\text{int}} = n \sigma v \cong G_F^2 T^5$$

★ costante di Hubble (con dominanza della radiazione)

$$H \cong \frac{T^2}{m_{\text{Plack}}} \quad (m_{\text{Plack}} = 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV})$$

$$\frac{\Gamma_{\text{int}}}{H} \cong \frac{G_F^2 T^5}{T^2 / m_{\text{Plack}}} = m_{\text{Plack}} G_F^2 T^3 \cong 10^{19} \text{ GeV} \times 10^{-10} \text{ GeV}^{-4} T^3 \cong \left(\frac{T}{1 \text{ MeV}} \right)^3$$

quindi i neutrini si disaccoppiano alla temperatura di circa 1 MeV



$Y(x)$ = numero di particelle nel volume comoviente

$$x \equiv \frac{m}{T}, \quad x_f \text{ valore di } x \text{ al disaccoppiamento}$$

se al disaccoppiamento $x < m/T$, la particella è **relativistica (calda)**

se al disaccoppiamento $x > m/T$, la particella è **non-relativistica (fredda)**

Abbondanze fossili per candidati caldi e freddi

abbondanza fossile dei neutrini

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\sum_i m_i}{93 \text{ eV}}$$

dallo studio delle oscillazioni dei neutrini solari e di quelli atmosferici si ha $\sum_i m_i \leq 0.06 \text{ eV}$ e quindi

$$\Omega_\nu h^2 \leq 6.5 \times 10^{-4}$$

Per i candidati freddi dall'equazione di Boltzmann

$$\frac{dn_\chi}{dt} + 3Hn_\chi = - \langle \sigma_{ann} v \rangle (n_\chi^2 - n_{\chi,eq}^2)$$

si ricava

$$\Omega_\chi h^2 \cong \frac{1}{g_*^{1/2}(x_f)} \frac{3.3 \times 10^{-38} \text{ cm}^2}{\langle \sigma v \rangle_{int}}$$

dove $\langle \sigma v \rangle_{int} \equiv \frac{1}{m} \int_0^{T_f} dT \langle \sigma v \rangle$

Il valore di x_f si ricava numericamente

Un esempio di candidato freddo (esercizio)

$$m \cong 100 \text{ GeV}, \quad g = 2, \quad \langle \sigma v \rangle_{x_f} \cong 5 \times 10^{-37} \text{ cm}^2$$

Dalla condizione di disaccoppiamento

$$\left(\frac{\Gamma_{\text{int}}}{H} \right)_{x_f} \cong 1$$

si trova numericamente $x_f \cong 20$ e quindi

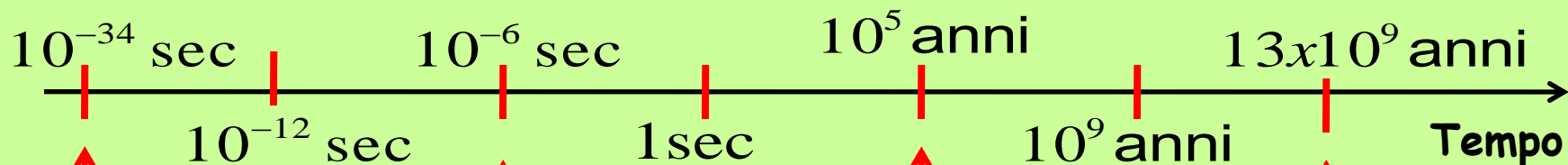
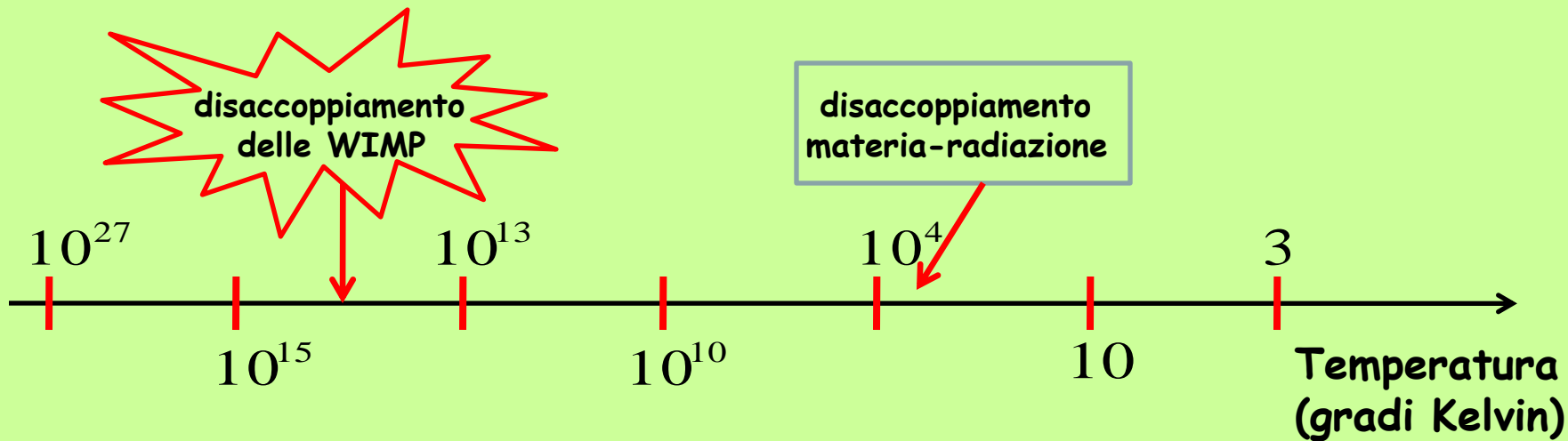
$$T_f = \frac{m}{x_f} \cong 5 \text{ GeV} \quad \Rightarrow \quad g_*(x_f = 20) \cong 80$$

da cui $\Omega_\chi h^2 \cong 0.15$

Quindi questo **ipotetico candidato** fornirebbe una **grande abbondanza fossile**

**B
I
G**

**B
A
N
G**



fine della grande
unificazione

transizione quark
adroni

inizia la formazione
delle strutture
cosmologiche

ADESSO

fine della unificazione
elettrodebole

nucleosintesi

formazione della
nostra galassia

In un plasma che si raffredda le particelle piu' pesanti scompaiono progressivamente, generando particelle piu' leggere

All'epoca attuale le sole particelle del cosiddetto Modello Standard della fisica delle particelle presenti nell'Universo sono:

elettroni, protoni e neutroni (strutture nucleari e atomiche)

fotoni del fondo cosmico a microonde a 2.73 gradi Kelvin

neutrini di 3 tipi in un fondo cosmico a 1.96 gradi Kelvin
(fondo non ancora misurato)

Per avere materia oscura costituita da particelle, occorre che queste si siano disaccoppiate dal plasma primordiale; queste particelle devono essere stabili e neutre.

le particelle disaccoppiate dal plasma interagiscono tra di loro e con le altre particelle solo tramite la forza gravitazionale:

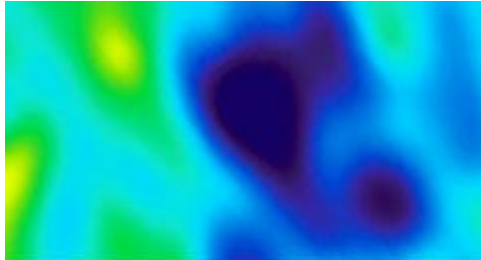
possono quindi costituire la materia oscura

2 categorie:

calde (con velocità prossima alla velocità della luce): neutrini

fredde (con velocità molto minori a quella della luce)

il ruolo delle particelle oscure fredde (cold dark matter) è cruciale per la formazione delle strutture cosmologiche (galassie, ammassi di galassie)



Fluttuazioni primordiali



Crescita delle fluttuazioni per effetto gravitazionale



Qui e' fondamentale la
presenza della materia
oscura



Formazione di strutture

(galassie, ammassi di galassie)

★ per capire le proprietà osservative della materia visibile

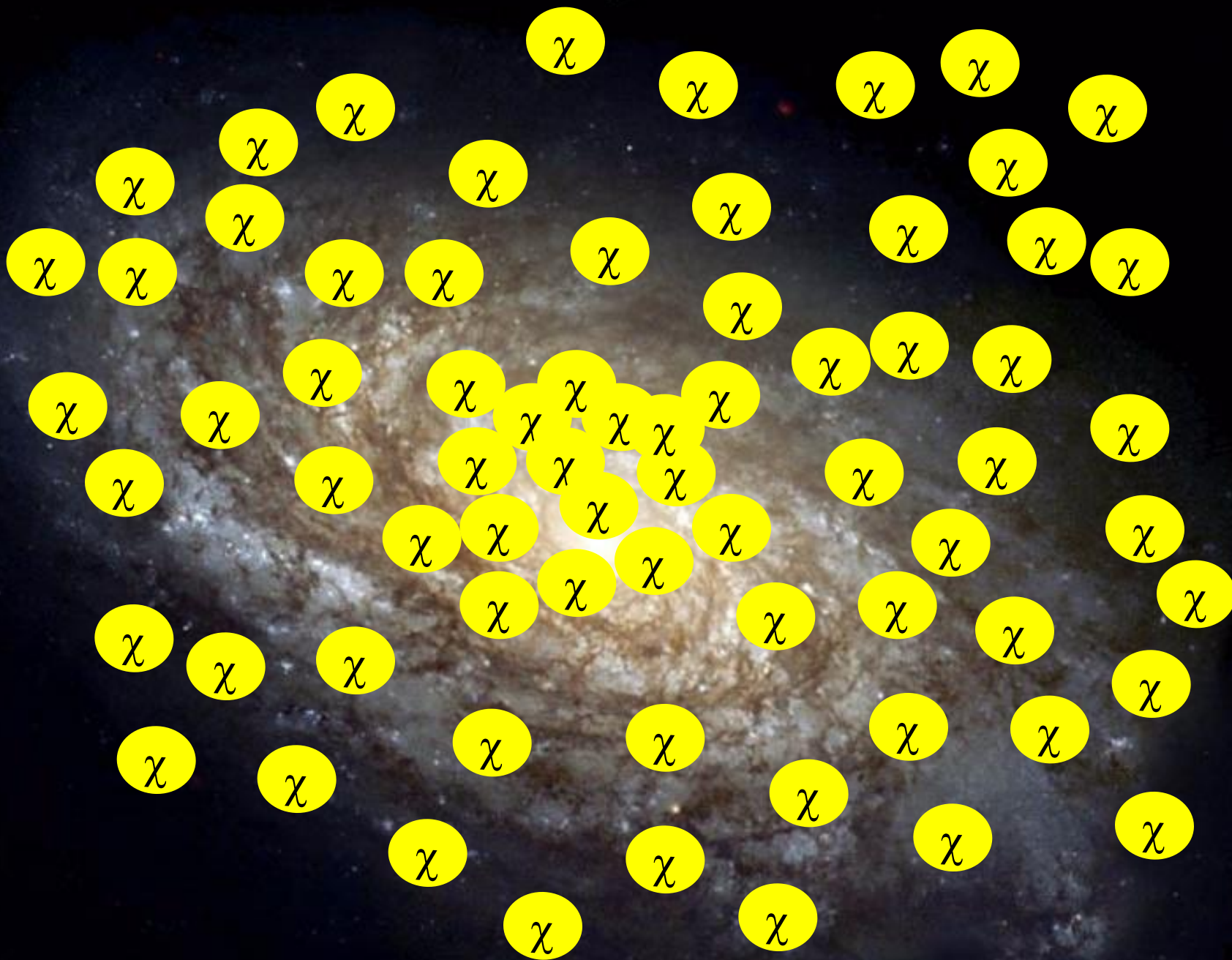
e anche

★ per spiegare la formazione delle strutture cosmologiche visibili

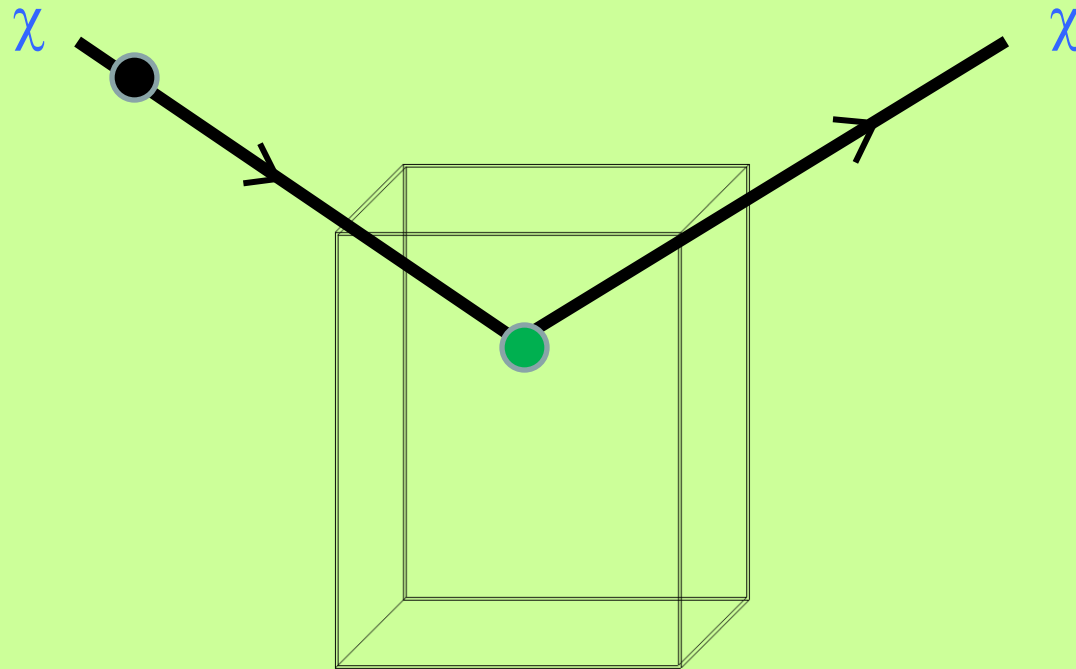
*occorre ipotizzare che la maggior parte della materia
nell'Universo sia oscura*

**Come misurare le particelle
oscuire ?**



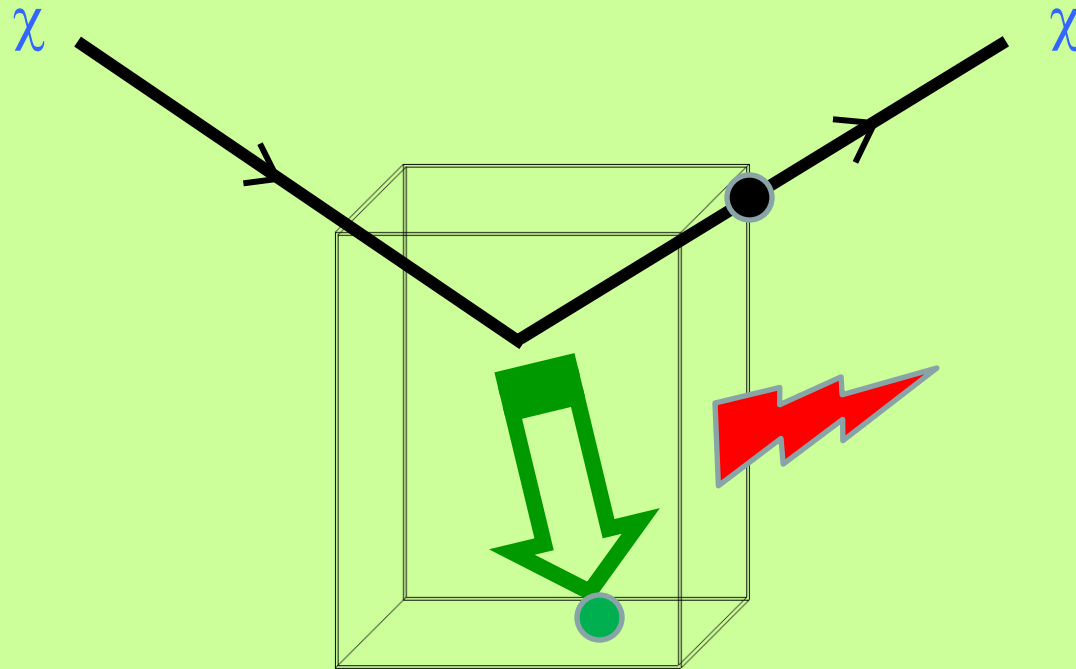


Misure dirette di WIMP



misura di rinculo nucleare

Misure dirette di WIMP

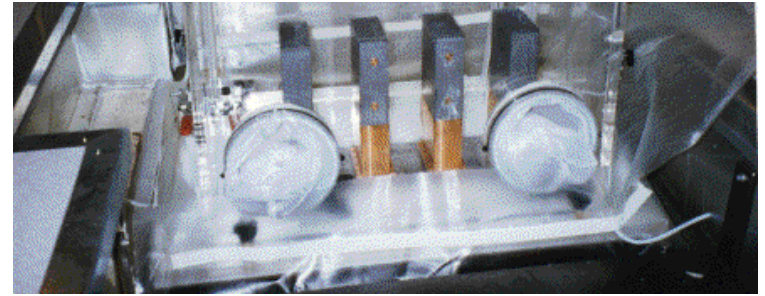


misura di rinculo nucleare

Ricerche in luoghi protetti dalla radiazione cosmica

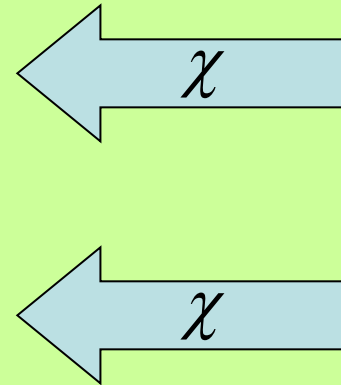
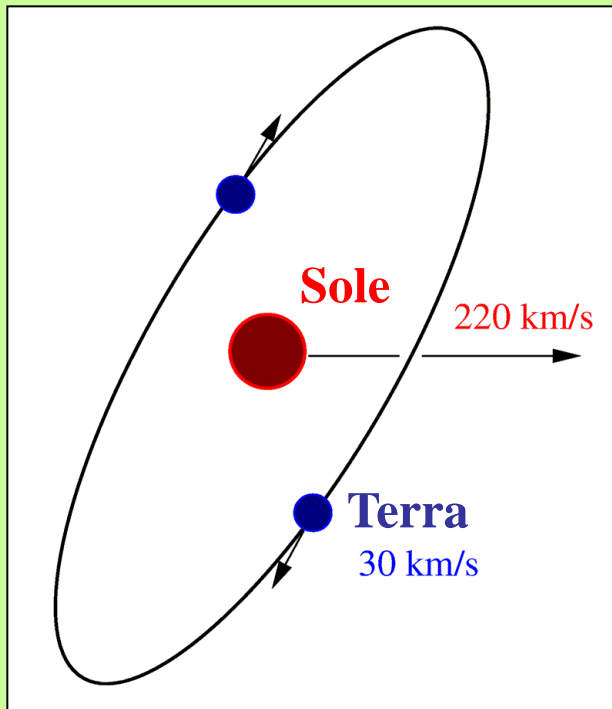


Esperimento DAMA



Laboratori Nazionali del Gran Sasso





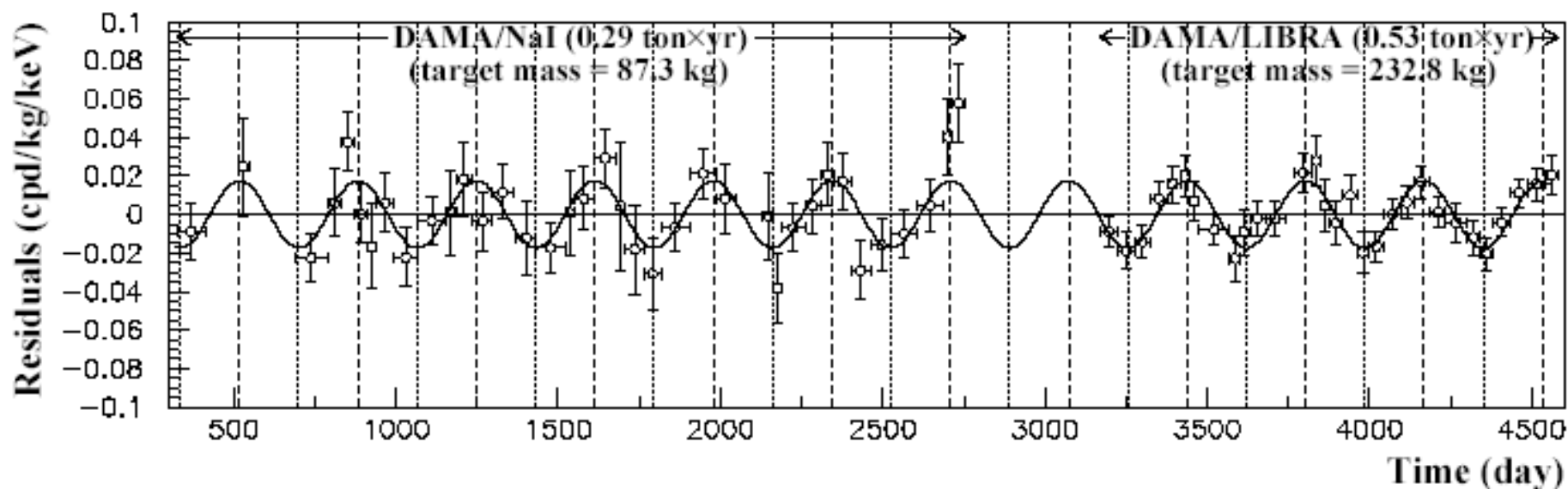
Moto del sistema solare
rispetto alle particelle
dell'alone oscuro

Variazione annuale del segnale



Esperimento DAMA presso il Laboratorio Nazionale del Gran Sasso dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

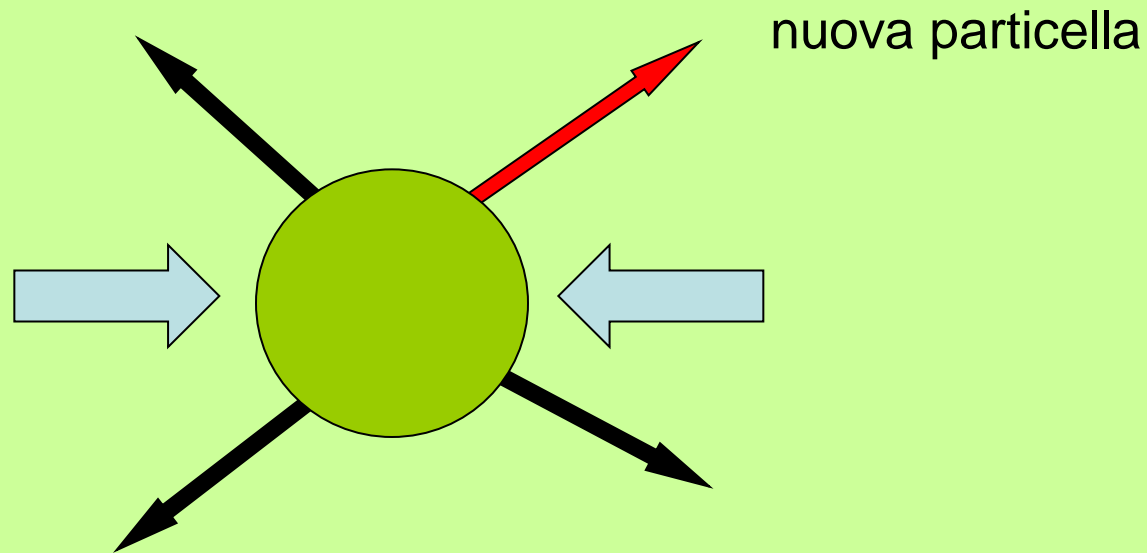
Osservata una variazione annuale del segnale su di un periodo
complessivo di 11 anni



Gli altri esperimenti di misura diretta di materia oscura particellare forniscono solo limiti superiori sulla grandezza misurata

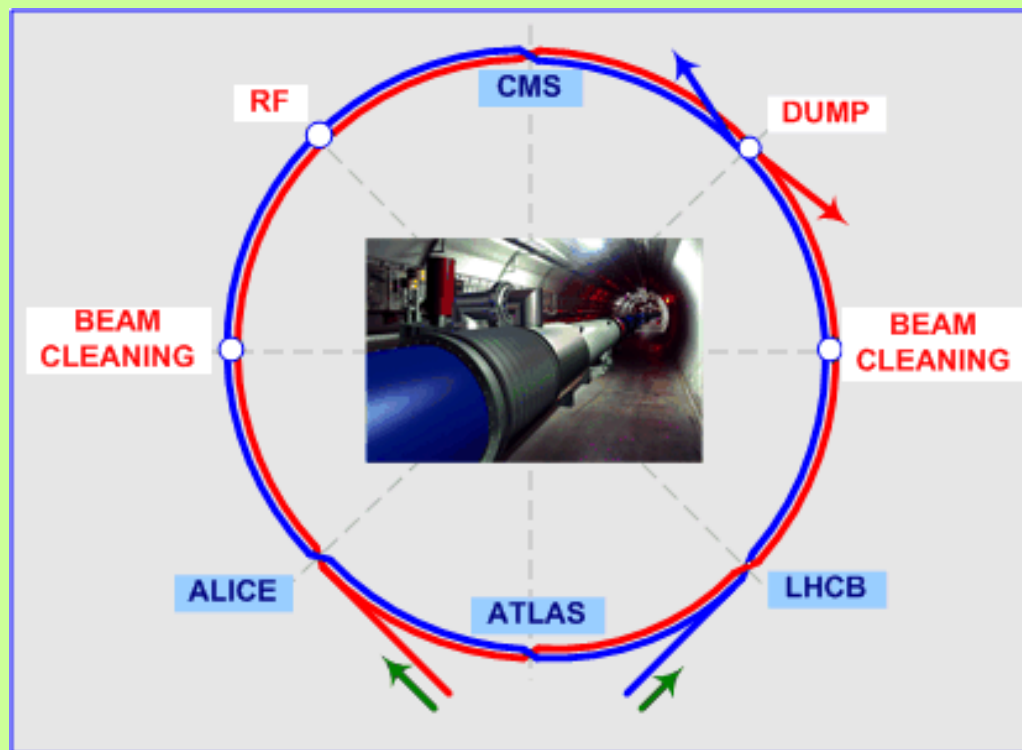
Qual e' la natura delle particelle
oscuire ?

produzione di una nuova particella in laboratorio



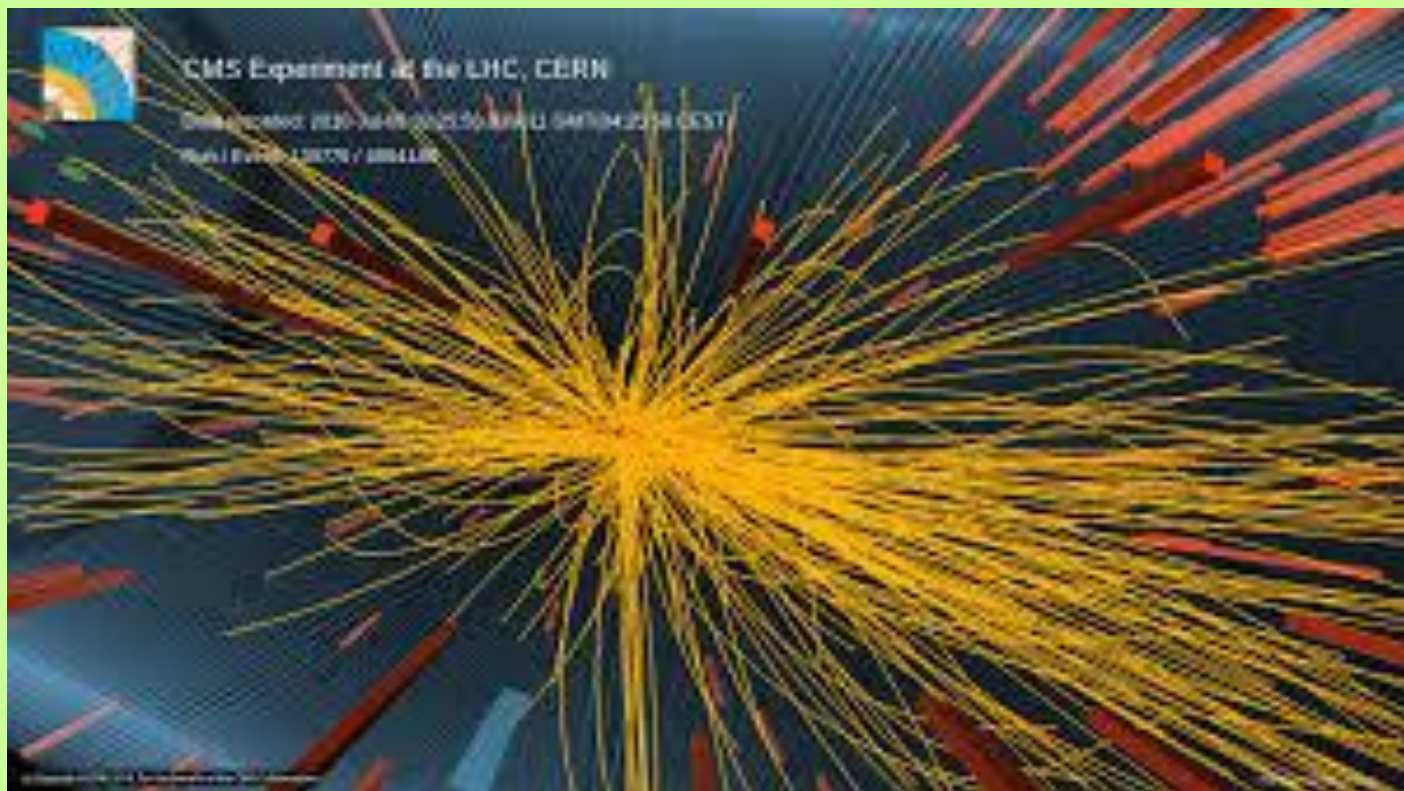
due particelle note vengono fatte collidere

Large Hadron Collider (CERN)



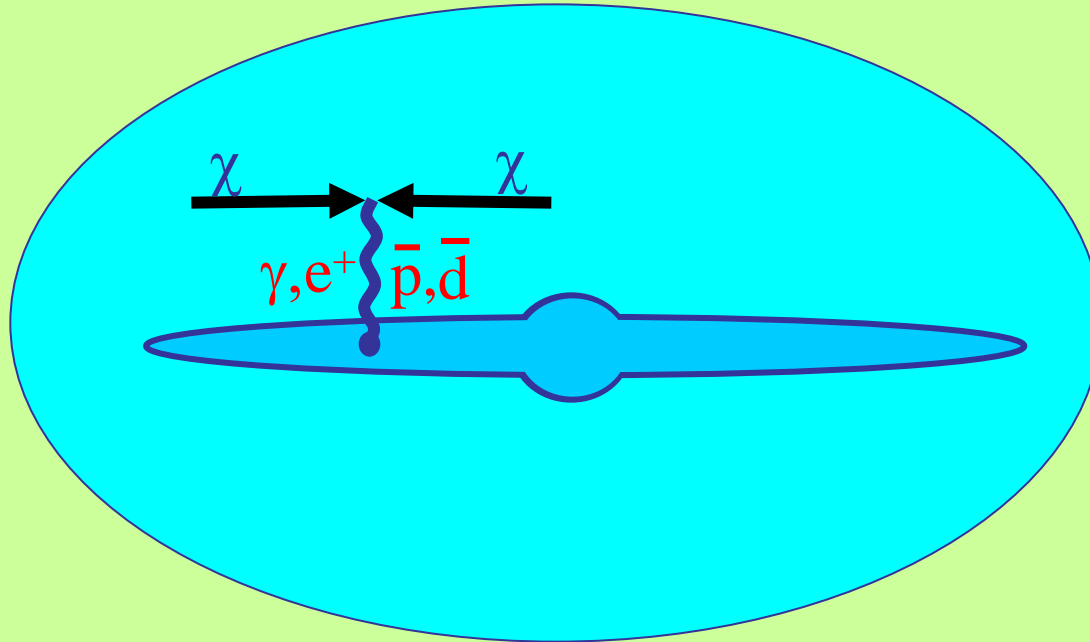
- ★ circonferenza di 27 km - tunnel sotterraneo a 50 - 175 metri di profondità
- ★ 2 fasci di protoni circolanti in verso opposto per provocare collisioni
- ★ ogni protone ha un'energia 7.000 volte più grande della propria energia di riposo

una caccia al tesoro...



Misure indirette di WIMP

Un esempio – questo tema verrà trattato da Fiorenza Donato



Produzione di particelle rare nei raggi cosmici

Approfondimento 1

Il modello comunemente utilizzato per descrivere il nostro Universo (modello standard cosmologico) è quello di un **cosmo in espansione** descritto dalle **equazioni di relatività generale di Einstein** e assoggettato al **principio cosmologico** di isotropia e omogeneità a grandi scale.

- **equazione di Einstein**

$$\boxed{R_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G S_{\mu\nu}} \quad \text{dove} \quad S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T^\lambda{}_\lambda$$

 **tensore di Ricci**  **costante cosmologica**  **tensore di Einstein**  **tensore energia-momento**

- **principio cosmologico di isotropia e omogeneità**

metrica di Lemaitre-Friedmann-Robertson-Walker:

$$\boxed{d\tau^2 = dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right)}$$

$R = R(t)$ parametro di scala cosmico $[R] = [l]$
 $k = +1, 0, -1$ parametro di curvatura

realizzazione di fluido perfetto per il tensore energia-momento:

$$\boxed{T_{00} = \rho(t), T_{0i} = T_{i0} = 0, T_{ij} = \delta_{ij} p(t)}$$

$\rho = \rho(t)$ densità
 $p = p(t)$ pressione

Approfondimento 1 (continua)

L'inserimento del termine di costante cosmologica $\Lambda g_{\mu\nu}$ nel primo membro dell'equazione di Einstein (A) **equivale ad aggiungere al tensore energia-impulso un contributo**

$$T_{\mu\nu}^{(\Lambda)} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g_{\mu\nu} \equiv \rho_{\Lambda} g_{\mu\nu}$$

combinando questa espressione con

$$T_{\mu\nu}^{(\Lambda)} = (\rho_{\Lambda} + p_{\Lambda}) u_{\mu} u_{\nu} - p g_{\mu\nu}$$

si ottiene $\rho_{\Lambda} = -p_{\Lambda}$ ossia $w_{\Lambda} = -1$

Quindi, complessivamente, all'evoluzione cosmica contribuiscono 3 componenti: radiazione con $w=1/3$, materia con $w=0$, energia del vuoto con $w=-1$. Dall'equazione (D) si ottiene

$$\rho_m \propto \frac{1}{R^3}$$

materia

$$\rho_{\text{rad}} \propto \frac{1}{R^4}$$

radiazione

$$\rho_{\Lambda} \propto \text{costante}$$

energia del vuoto

Approfondimento 2

$$\text{Proof of } S' = \frac{p+p}{T} V$$

$$dS = \frac{1}{T} d(pV) + \frac{p}{T} dV \quad (A)$$

Consider $S = S(V, T)$ with $p = p(T)$ and $p = p(T)$

$$\begin{aligned} dS &= \frac{1}{T} V dp + \frac{1}{T} p dV + \frac{p}{T} dV \\ &= \frac{V}{T} \frac{dp}{dT} dT + \frac{p+p}{T} dV \end{aligned}$$

We require that dS is an exact differential

$$dS = \frac{\partial S}{\partial T} dT + \frac{\partial S}{\partial V} dV$$

$$\text{then } \frac{\partial S}{\partial T} = \frac{V}{T} \frac{dp}{dT}, \quad \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{p+p}{T}$$

$$\text{From } \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T}$$

$$-\frac{1}{T^2} (p+p) + \frac{1}{T} \frac{dp}{dT} + \frac{1}{T} \cancel{\frac{dp}{dT}} = \frac{1}{T} \cancel{\frac{dp}{dT}}$$

$$\text{thus } dp = \frac{p+p}{T} dT \quad (B)$$

From (A), written as

$$dS = \frac{1}{T} d[(p+p)V] - \frac{V}{T} dp$$

and (B) one gets

$$dS = \frac{1}{T} d[(p+p)V] - \frac{p+p}{T^2} V dT = d\left[\frac{(p+p)V}{T} + \text{const}\right]$$

Thus, up to an additional constant,

$$S' = \frac{p+p}{T} V$$

Alcuni testi su cui approfondire i principali argomenti trattati:

Carlo Giunti and Chung W. Kim: Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics, Oxford University Press (2007); **il cap.16** **descrive in modo succinto il modello cosmologico standard e la termodinamica dell'Universo primordiale**

Edward W. Kolb and Michael S. Turner: The Early Universe, Addison-Wesley Publishing Company (1990), **cap. 1-5**

Steven Weinberg: Cosmology, Oxford University Press (2008); **cap. 1-3**